

# Utjecaj filtriranja podataka na integralne skale turbulencije za buru

---

Šljivić, Ana

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:474205>

Rights / Prava: [In copyright](#)/Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-24**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
GEOFIZIČKI ODSJEK

Ana Šljivić

UTJECAJ FILTRIRANJA PODATAKA NA  
INTEGRALNE SKALE TURBULENCIJE ZA BURU

Diplomski rad

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
GEOFIZIČKI ODSJEK

DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ FIZIKA-GEOFIZIKA  
SMJER: METEOROLOGIJA I FIZIČKA OCEANOGRAFIJA

Ana Šljivić

Diplomski rad

**Utjecaj filtriranja podataka na  
integralne skale turbulencije za buru**

Voditelj diplomskog rada: doc. dr. sc. Željko Večenaj

Ocjena diplomskog rada:

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_  
2. \_\_\_\_\_  
3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: \_\_\_\_\_

Zagreb, 2019.

Zahvaljujem doc. dr. sc. Željku Večenaju na mentorstvu, izdvojenom vremenu i savjetima i prof. dr. sc. Branku Grisogonu na savjetima i podršci. Hvala svom osoblju Geofizičkog i Fizičkog odsjeka i kolegama na cjelokupnoj pomoći tijekom studija.

## Sažetak

Integralna skala turbulencije važna je varijabla u teoriji turbulencije, kao i u numeričkim prognostičkim modelima. Ona je dobar pokazatelj veličine vrtloga koji dominiraju turbulentnim spektrom. Integralne skale određuju se iz mjerenja brzine vjetra koristeći autokorelacijsku funkciju (ACF) i Fourierov spektar. Omjer skala dobivenih na ta dva načina bi trebao u teoriji biti konstantan. Vrijednosti dobivene na oba načina izrazito su osjetljive na filtriranje podataka, što je u praksi prvi korak u analizi atmosferske turbulencije.

Podaci korišteni u ovom radu dobiveni su mjerenjima na tornju blizu Masleničkog mosta, sjeverno od Zadra, frekvencijom uzorkovanja od 20 Hz. Za razdoblje od 9. listopada 2015. do 9. listopada 2016. izdvojeno je 48 epizoda bure, jakog i mahovitog vjetra čije su mikroskalne karakteristike još uvijek nedovoljno istražene.

Glavni ciljevi ovog diplomskog rada su proučiti utjecaj filtriranja na integralne skale turbulencije bure, dobivene preko ACF-a i Fourierovog spektra, utjecaj na njihov omjer i eventualno utvrditi prikladan period visokopropusnog (HP) filtriranja.

Rezultati pokazuju da integralne skale dobivene filtriranim podacima perioda filtriranja bliskima skali usrednjavanja (30 min) nisu značajno osjetljive na filtriranje. Kod kraćih perioda filtriranja bolje je koristiti integralnu skalu dobivenu preko Fourierovog spektra. S obzirom na to da je omjer relativno očuvan u odnosu na duljinu filtera, teško je reći treba li sirove podatke filtrirati ili ne.

**Ključne riječi:** integralna skala turbulencije, bura, filtriranje, autokorelacijska funkcija, Fourierov spektar

# The effect of data filtering on turbulence integral scales for bora flows

## Abstract

Integral scale is an important variable in the theory of turbulence and in numerical weather prediction models. It is a good indicator of the size of the eddies that dominate the turbulence spectrum. Integral scales are estimated from the atmospheric wind speed measurements using autocorrelation functions (ACF) and Fourier spectrum. In theory, their ratio should be a constant. However, the values of integral scales obtained from ACF and Fourier spectrum are very sensitive to data filtering, which is in practice a first step in the analysis of the atmospheric turbulence in general.

The measurements that were used were performed on a micrometeorological tower installed near the Maslenica Bridge north of the city of Zadar with a sampling frequency of 20 Hz. For the period from October 9, 2015 to October 9, 2016, 48 events of bora flow were abstracted. Bora is a strong, gusty wind, whose microscale characteristics are not fully explored yet. The main objectives of this work are to examine the effect of data filtering on integral scale values for bora flows, obtained from ACF and from Fourier spectrum, the effect on their ratio and to try to find out a suitable high-pass filter period. The results show that integral scales obtained by the filtered data using filter periods close to averaging time scale (30 min) are not significantly sensitive to filtering. When using shorter filter periods, it is better to estimate integral scales from Fourier spectrum. Given that the ratio is relatively conserved over the length of the filter, it is difficult to say whether the raw data should be filtered or not.

**Keywords:** turbulence integral scales, bora, filtering, autocorrelation function, Fourier spectrum

## Sadržaj

1 Uvod .....	1
2 Teorijski pregled .....	2
2.1 Taylorova hipoteza.....	2
2.2 Bura .....	3
2.3 Spektar energije.....	4
2.4 Stabilnost.....	7
2.5 Autokorelacijska funkcija.....	8
2.6 Filtriranje.....	10
3 Metodologija .....	11
3.1 Meteorološki toranj.....	11
3.2 Epizode bura.....	14
4 Rezultati i diskusija.....	17
4.1 Vremenska skala usrednjavanja.....	17
4.2 Stabilnost.....	19
4.3 Fourierovi spektri.....	20
4.4 Autokorelacijske funkcije.....	22
4.5 Omjeri .....	25
5 Zaključak .....	27
6 Literatura .....	28

## Popis korištenih kratica i simbola:

$a, b$  empirijski koeficijenti

ACF autokorelacijska funkcija

AGS atmosferski granični sloj

$E(f)$  energija na intervalu frekvencije

$\Delta f$  korak na skali frekvencija

$f$  frekvencija

$F(\kappa)$  gustoća spektra energije u prostoru valnog broja

$g$  ubrzanje sile teže ( $9.81 \text{ ms}^{-2}$ )

HP visokopropusno

$k$  von Karmanova konstanta (0.4)

$L$  Obukhovljeva duljina

$n$  bezdimenzionalna frekvencija

NPM numerički prognostički model

$R(\tau)$  autokovarijacijska funkcija

$S(f)$  gustoća spektra energije u prostoru frekvencije

$T$  integralna skala vremena preko autokorelacijske funkcije

$T_m$  integralna skala vremena preko maksimuma Fourierovog spektra

$U$  srednja brzina vjetra

$u$  longitudinalna komponenta brzine vjetra

$u_*$  brzina trenja

$v$  lateralna komponenta brzine vjetra

$w$  vertikalna komponenta brzine vjetra



$z$  visina mjerenja

$\zeta$  parametar stabilnosti

$\theta$  potencijalna temperatura

$\kappa$  valni broj

$\Lambda$  integralna skala duljine

$\rho(\tau)$  autokorelacijska funkcija

$\sigma$  standardna devijacija

$\tau$  vremenski korak

## 1 Uvod

Jedno od najmanje istraženih područja geofizike, a i fizike općenito, su turbulentna gibanja. Turbulentno gibanje u atmosferi može se opisati kao nepravilno i nasumično gibanje zraka oko srednjeg stanja (Foken, 2016). Ono je važan mehanizam prijenosa vlage, topline, impulsa i polutanata. Javlja se prvenstveno u atmosferskom graničnom sloju (AGS) na koji izravno utječe tlo, koje mehaničkim i toplinskim utjecajima pogoduje nastanku turbulentnih vrtloga.

Kod numeričke prognoze vremena, modelima se ne može obuhvatiti fizika skala manjih od koraka mreže. Takve pojave moraju se parametrizirati, a jedna od njih je i turbulencija. Važna varijabla u teoriji turbulencije, pa i u numeričkim prognostičkim modelima (NPM), je integralna skala turbulencije. Ona predstavlja karakterističnu veličinu turbulentnih vrtloga.

U ovom radu proučavaju se integralne skale turbulencije za buru. Bura je jak, relativno hladan i mahovit vjetar koji najčešće puše iz sjeveroistočnog kvadranta na istočnoj obali Jadranskog mora (npr. Makjanić, 1978). Bura nastaje prelaskom zraka preko planinske prepreke, što generira planinske valove te dolazi do interakcije valova i turbulencije. AGS i turbulencija nad kompleksnim terenom su i danas nedovoljno istraženi (npr. Baklanov i Grisogono, 2007), zbog čega je otežana parametrizacija turbulencije bure te općenito interakcije valova i turbulencije (npr. Smith i sur., 2007; Gohm i sur., 2008) u NPM.

Integralna skala turbulencije određuje se iz mjerenja brzine vjetra koristeći napredne matematičke metode, autokorelacijsku funkciju (ACF) i Fourierov spektar. Njihov bi omjer u statički neutralno stratificiranoj atmosferi u teoriji trebao biti konstanta  $2\pi$  (Lumley i Panofsky, 1964). Međutim, vrijednosti dobivene preko ACF i Fourierovog spektra izrazito su osjetljive na filtriranje podataka, što je u praksi prvi korak u analizi atmosferske turbulencije (Kaimal i Finnigan, 1994).

Glavni ciljevi ovog diplomskog rada su proučiti utjecaj filtriranja na integralne skale turbulencije dobivene preko ACF i Fourierovog spektra, utjecaj na njihov omjer te eventualno utvrditi prikladan period visokopropusnog (HP) filtriranja za buru.

## 2 Teorijski pregled

Turbulencija se ne može opisati deterministički, već je potrebno koristiti statistički pristup. Varijable ( $A$ ) se razdvajaju na srednji (sporo promjenjivi,  $\bar{A}$ ) i turbulentni ( $A'$ ) dio.

$$A = \bar{A} + A' \quad (2.1)$$

Reynoldsova dekompozicija se može raditi ako postoji jasna granica između srednjeg i fluktuirajućeg dijela, što se najlakše vidi u Fourierovom spektru energije kao procjep između makro- i mikroskale. Na taj način, odabirom pripadne skale usrednjavanja (za vremenske nizove period usrednjavanja), filtriramo sve procese na skalama većima od tog perioda (npr. Večenaj i sur. 2011, Večenaj i De Wekker, 2015).

U teoriji turbulencije važni su statistički momenti prvog reda (srednja vrijednost), drugog reda (varijanca) i mješoviti momenti drugog reda (kovarijanca). Ti momenti imaju određenu fizikalnu interpretaciju, npr. varijanca ( $\overline{A'^2}$ ) je mjera kinetičke energije turbulencije, a kovarijanca ( $\overline{A'B'}$ ) turbulentnog toka impulsa ili topline. Srednja vrijednost fluktuirajućeg dijela po definiciji iščezava ( $\bar{A}' = 0$ ), dok srednja vrijednost produkta perturbacija ne nužno ( $\overline{A'B'} \neq 0$ ).

### 2.1 Taylorova hipoteza

Velik dio mikrometeoroloških mjerenja odvija se na meteorološkim tornjevima. Podaci koji se dobiju na taj način su vremenski nizovi nekog meteorološkog elementa u jednoj točki. Kako bi se dobila informacija i o prostornim karakteristikama procesa, potrebno je prebaciti vremenski niz u prostorni. To se radi koristeći Taylorovu hipotezu o tzv. „zamrznutoj“ turbulenciji, koja pretpostavlja da se vrtlozi, nošeni srednjim vjetrom  $U$ , ne mijenjaju („zamrznuti“ su) dok prolaze preko i pored tornja. Matematički mora biti zadovoljeno:

$$\frac{\sigma_U}{U} < 0.5, \quad (2.2)$$

gdje je  $\sigma_U$  standardna devijacija longitudinalne komponente brzine, a  $U$  njena srednja vrijednost (Stull, 1988).

Na taj način mogu se povezati frekvencija  $f$  i valni broj  $\kappa$  kao

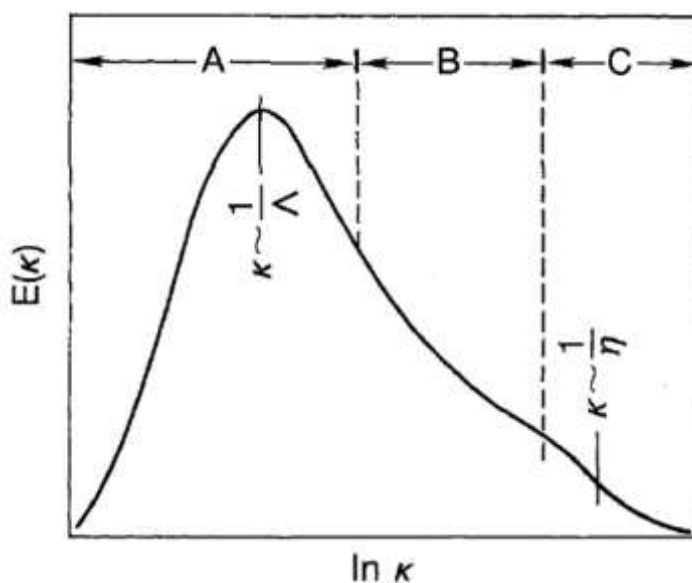
$$\kappa = \frac{2\pi f}{U}. \quad (2.3)$$

## **2.2 Bura**

U ovom radu korišteni su podaci izmjereni za vrijeme puhanja bure, jakog, mahovitog i relativno hladnog vjetra. Srednje brzine strujanja mogu prijeći i  $20 \text{ ms}^{-1}$ , ali zbog mahovitosti udari dostižu i  $50$  do  $70 \text{ ms}^{-1}$  (Grisogono i Belušić, 2009), što po Beaufortovoj ljestvici spada u orkanski vjetar. Takve brzine ne mogu se objasniti termodinamičkim pristupom buri kao katabatičkom strujanju. Vjerojatnije objašnjenje nastanka snažnih bura nalazi se u hidrauličkoj teoriji (Smith, 1987; Klemp i Durran, 1987; Gohm i sur., 2008), a važnu ulogu sigurno ima i lom planinskih valova (npr. Durran, 1986; Grisogono i Enger, 2004). U ovom radu analizirana su neka svojstva turbulentnog strujanja bure.

### 2.3 Spektar energije

Vrlo koristan koncept u proučavanju turbulencije je raspodjela kinetičke energije turbulentnih struktura s obzirom na njihov valni broj ili frekvenciju. Shematski prikaz spektra energije nalazi se na slici 1.



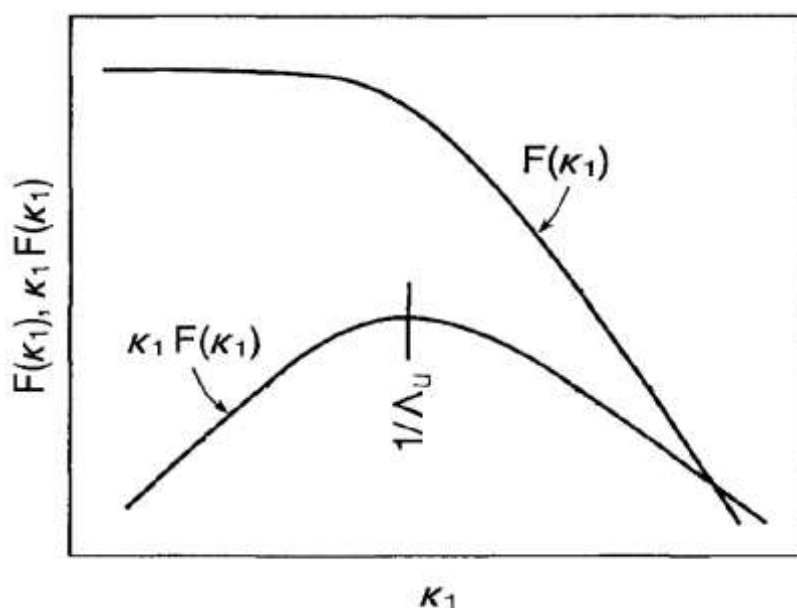
Slika 1. Shematski prikaz raspodjele energije po valnim brojevima.  $k$  je valni broj, a  $\Lambda$  i  $\eta$  su inverz valnog broja pri kojem spektar postiže maksimum na energijskom i disipacijskom području. (Preuzeto i modificirano iz Kaimal i Finnigan, 1994)

Iz shematskog prikaza se vidi da postoji podjela na tri glavna područja:

- A. energijско područje: turbulencija dobiva kinetičku energiju od nestabilnosti na većoj skali,
- B. inercijско područje: vrtlozi se raspadaju te inercijom predaju energiju manjim vrtlozima (težeći k izotropnoj turbulenciji) i
- C. disipacijsko područje: najmanji (izotropni) vrtlozi nestaju, njihova se kinetička energija pretvara u toplinu.

U ovom radu će nas zanimati energijsko područje. Integralna skala duljine  $\Lambda$  određuje se preko valnog broja pri kojem spektar energije postiže maksimum (Kaimal i Finnigan, 1994). Integralna skala duljine govori o veličini vrtloga koji dominiraju spektrom, odnosno veličini vrtloga koji sadrže najviše energije (Raupach i sur., 1989). Tipične vrijednosti  $\Lambda$  u AGS-u se kreću između 10 i 500 m (Kaimal i Finnigan, 1994).

Kao posljedica jednodimenzionalnog prikaza (longitudinalne komponente vjetra  $u$ ) trodimenzionalnog polja vjetra, spektar energije (gustoće snage) za male valne brojeve doseže neku konstantnu vrijednost. Osim toga, taj dio spektra često je onečišćen trendovima (težinski valovi, dnevna varijacija, promjene na sinoptičkoj skali). Iz tog razloga otežano je određivanje maksimuma spektra. Trendovi se uklanjaju filtriranjem, a spektar se pomnoži valnim brojem ili frekvencijom (slika 2). Na takvom otežanom spektru može se odrediti maksimum.



Slika 2. Log - log prikaz frekvencijom otežanog i neotežanog spektra gustoće snage ( $F$ ) u ovisnosti o valnom broju ( $k_1$ ).  $\Lambda_u$  je integralna skala duljine longitudinalne komponente vjetra. Na istom grafu prikazana su oba spektra, iako imaju različite mjerne jedinice. (Preuzeto i modificirano iz Kaimal i Finnigan, 1994)

Gustoća spektra energije,  $S(f)$  je energija (snaga) na intervalu frekvencije između  $f$  i  $f+\Delta f$ :

$$S(f) = \frac{E(f)}{\Delta f}, \quad (2.4)$$

gdje je  $\Delta f$  razmak između susjednih frekvencija.

Ukupna energija, odnosno varijanca ( $\sigma$ ) vremenskog niza dobije se integriranjem gustoće energije ( $F(\kappa)$  u prostoru valnog broja i  $S(f)$  u prostoru frekvencije) po svim frekvencijama ili valnim brojevima:

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} F(\kappa) d\kappa = \int_0^{\infty} S(f) df. \quad (2.5)$$

Podintegralne funkcije u (2.5) moraju biti jednake, a uz primjenu Taylorove hipoteze (jednadžba (2.3)) dobije se:

$$\kappa F(\kappa) = fS(f). \quad (2.6)$$

To znači da otežani spektri  $\kappa F(\kappa)$  i  $fS(f)$  imaju istu numeričku vrijednost, što vrijedi i za bilo koji drugi oblik od  $f$ . Zahvaljujući tom svojstvu postoji veća sloboda u odabiru skale na apscisi (Kaimal i Finnigan, 1994). U ovom radu koristit će se bezdimenzionalna frekvencija  $n = \frac{fz}{U}$ , gdje su  $z$  visina od podloge,  $U$  srednja longitudinalna brzina vjetra i prikazati ovisnost  $fS(f)$  u odnosu na  $n$ .  $fS(f)$  bit će bezdimenzioniran kvadratom brzine trenja:

$$u_*^2 = \sqrt{u'w'^2 + v'w'^2}, \quad (2.7)$$

gdje su  $u'$ ,  $v'$  i  $w'$  turbulentne fluktuacije longitudinalne, lateralne i vertikalne komponente brzine vjetra. Za neutralnu stratifikaciju može se napraviti prilagodba krivuljom (Kaimal i Finnigan, 1994):

$$\frac{fS(f)}{u_*^2} = \frac{an}{(1 + bn)^{\frac{5}{3}}}, \quad (2.8)$$

gdje su  $a$  i  $b$  empirijski koeficijenti koji su određeni samom prilagodbom.

## 2.4 Stabilnost

Jednadžba (2.8) vrijedi za neutralno stratificiranu atmosferu. Definiran je bezdimenzionalan parametar stabilnosti  $\zeta = \frac{z}{L}$ , gdje je  $z$  visina mjerenja, a  $L$  Obukhovljeva duljina:

$$L = -\frac{\bar{\theta}}{gk} \frac{u_*^3}{\overline{w'\theta'}} . \quad (2.9)$$

Ona se može interpretirati kao visina gdje se dinamičko-mehaničko generiranje turbulencije približno izjednačuje s termičko-uzgonskim doprinosom. U nju su uključeni turbulentni tok impulsa kroz brzinu trenja  $u_*$ , lokalni tok temperature  $\overline{w'\theta'}$ , parametri uzgona  $g$  (ubrzanje sile teže) i  $\bar{\theta}$  (srednja vrijednost potencijalne temperature). U ovom radu umjesto potencijalne temperature koristit će se sonična temperatura (npr. Večenaj i sur., 2011). Vrijednost von Karmanove konstante  $k$  iznosi 0.4 (npr. Stull, 1988).

Za parametar  $\zeta$  vrijedi:

$\zeta < 0$ , nestabilna stratifikacija;

$\zeta = 0$ , neutralna stratifikacija;

$\zeta > 0$ , stabilna stratifikacija.

Pri velikim brzinama vjetra, zbog mehaničkog miješanja, atmosfera je približno neutralne stratifikacije (npr. Stull, 1988). Lepri i suradnici (2014) su potvrdili približno neutralnu stratifikaciju za prizemni sloj bure.



## 2.5 Autokorelacijska funkcija

Ako nas zanima usklađenost nekog procesa ( $A$ ) u trenutku  $t$  i u trenutku  $t+\tau$ , gdje je  $\tau$  vremenski korak, definira se autokorelacijska funkcija (ACF), koja se za stacionarne procese može zapisati kao:

$$\rho(\tau) = \frac{\overline{A'(t)A'(t+\tau)}}{\sigma_A^2} = \frac{R(\tau)}{R(0)}, \quad (2.10)$$

gdje je  $R$  autokovarijacijska funkcija, a  $\sigma_A$  standardna devijacija procesa.

ACF realnih procesa je parna funkcija:

$$\rho(-\tau) = \rho(\tau). \quad (2.11)$$

Još jedno važno svojstvo je to da vrijedi  $|\rho(\tau)| \leq \rho(0) = 1$  (Schwartz - Cauchy - Bunjakowski nejednakost). Kada  $\tau \rightarrow \infty$ , očekujemo da  $\rho(\tau) \rightarrow 0$ , a brzina kojom  $\rho(\tau)$  pada je mjera „pamćenja“ takvog približno slučajnog procesa. ACF obično pada eksponencijalno (slika 3), pa se može zapisati u obliku:

$$\rho(\tau) = e^{-\frac{\tau}{T_A}}. \quad (2.12)$$

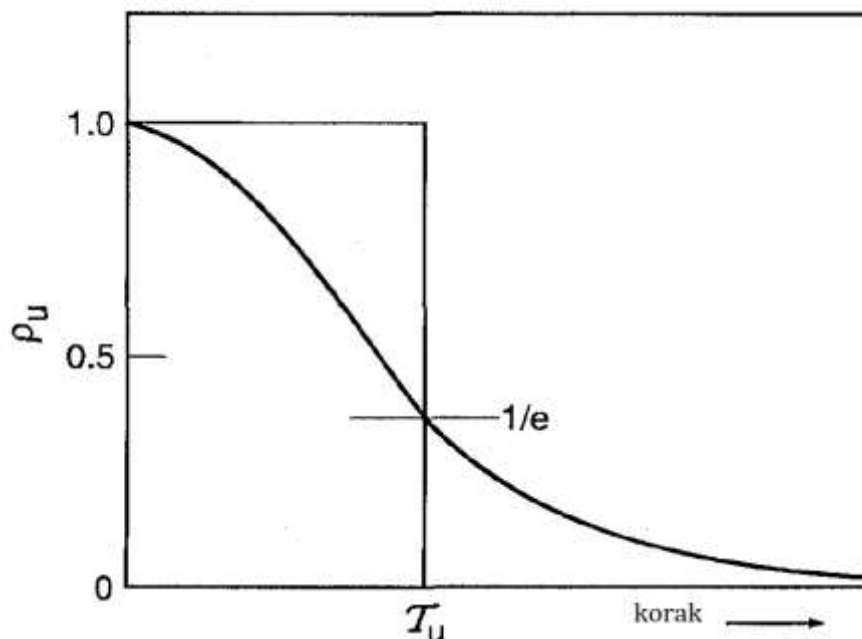
$T_A$  je vremenski korak za koji ACF postiže vrijednost  $\frac{1}{e}$  i vrijedi:

$$\int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{T_A}} d\tau = T_A, \quad (2.13)$$

što je definicija integralne skale vremena turbulencije. Čak i ako ACF procesa nije prava eksponencijalna funkcija, vremenski korak pri kojem ACF pada na  $\frac{1}{e}$  dobra je aproksimacija integralne skale vremena (Kaimal i Finnigan, 1994).

$T_A$  se preko Taylorove hipoteze može povezati s integralnom skalom duljine  $\Lambda_A$ :

$$\Lambda_A = UT_A. \quad (2.14)$$



Slika 3. Shematski prikaz ACF i njena veza s integralnom skalom turbulencije longitudinalne komponente brzine. U idealnom slučaju površina ispod krivulje ACF-a jednaka je površini pravokutnika. (Preuzeto i modificirano iz Kaimal i Finnigan, 1994)

Kovarijance fluktuacija triju komponenata brzine ( $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ) članovi su Reynoldsovog tenzora napetosti. Trag Reynoldsovog tenzora proporcionalan je kinetičkoj energiji turbulencije (TKE):

$$\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} = 2 TKE . \quad (2.15)$$

Fourierov spektar ACF-a daje potpunu informaciju o raspodjeli turbulentne varijance (energije) po valnim brojevima.

Koristeći činjenicu da ACF i Fourierov spektar energije u biti čine Fourierov par, svojstvo parnosti ACF-a (2.11) i definiciju integralne skale vremena (2.13), Kaimal i Finnigan (1994) dolaze do izraza:

$$T_A = \frac{\pi}{2\sigma_A^2} S(f)|_{f=0} . \quad (2.16)$$

Osim preko ACF, integralna skala vremena se određuje i preko maksimuma spektra energije,  $(T_m)_A$  (potpoglavlje 2.3). U ovom radu će se računati ACF i Fourierovi spektri longitudinalne komponente brzine  $u$  ( $A = u$ ).

Lumley i Panofsky (1964) navode da za statički neutralnu stratifikaciju AGS-a vrijedi omjer:

$$\frac{(T_m)_A}{T_A} = 2\pi. \quad (2.17)$$

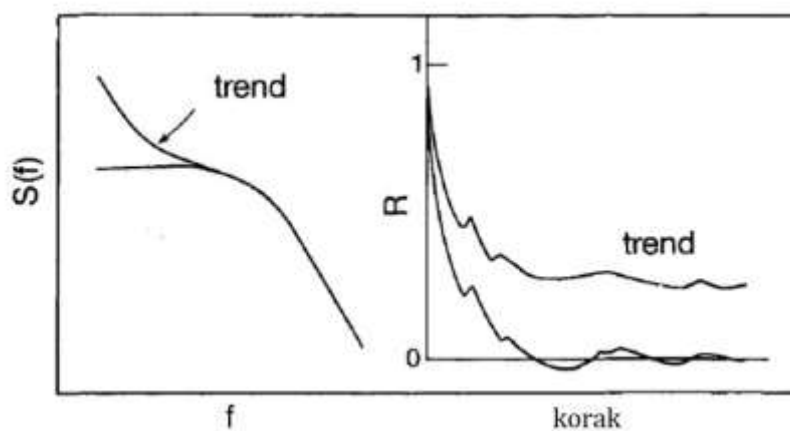
Integralne skale koje se određuju na opisane načine, iz Fourierovog spektra i iz autokorelacijske funkcije, osjetljive su na procese pri obradi podataka, a jedan od njih je filtriranje.

## 2.6 Filtriranje

Kako bi se dobile turbulentne fluktuacije potrebno je napraviti Reynoldsovu dekompoziciju. Odabirom perioda usrednjavanja određujemo skalu turbulentnih procesa koje uzimamo u obzir. Kao što je ranije navedeno, takva dekompozicija je zapravo HP filter.

Turbulentne fluktuacije često sadrže trendove. Trendovi u podacima su definirani kao procesi perioda većeg od duljine uzorka (npr. Kaimal i Finnigan, 1994). Prisutnost trendova čini podatke nestacionarnima i kao takvi nisu pogodni za daljnju analizu u svrhu proučavanja turbulencije.

Na slici 4 vidi se prisutnost trendova na spektru turbulencije (osobito na niskofrekventnom kraju, što prikriva pravi maksimum spektra) i na ACF.



Slika 4. Utjecaj trendova na spektar energije (lijevo) i ACF (desno). Skale na osima su logaritamske. (Preuzeto i modificirano iz Kaimal i Finnigan, 1994)

Trendovi se relativno jednostavno uklanjaju HP filtriranjem. HP filter smanjuje energiju na niskim frekvencijama prema nuli, odnosno u (2.16)  $S(f)|_{f=0} \rightarrow 0$ , a time se izravno smanjuje i  $T_A$ . Utjecaj je vidljiv i na ACF i na spektrima energije, a preko osjetljivosti omjera (2.17) na filtriranje pokušat će se odrediti koji način određivanja integralne skale je pogodniji za korištenje u praksi.

### **3 Metodologija**

#### ***3.1 Meteorološki toranj***

Podaci korišteni u ovom radu prikupljeni su u periodu od 9. 10. 2015. do 9. 10. 2016. na meteorološkom tornju postavljenom 200 m sjeveroistočno od Masleničkog mosta (44.24 ° N, 15.53 ° E, 78 m nadmorske visine; slika 5; Šoljan i sur., 2016) u okviru dvaju projekata: BORA – MZOS (br. 119-1193086-1311) i CATURBO – HRZZ (br. 09/151).



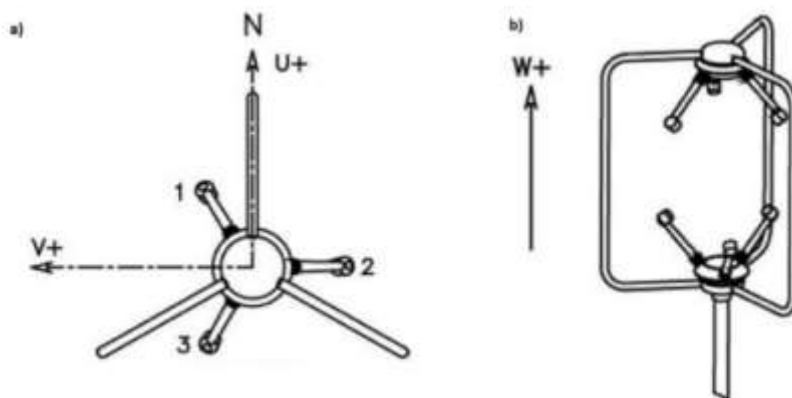
Slika 5. Gore: prikaz lokacije Masleničkog mosta. Dolje: Crvenim kružićem je označena lokacija tornja u odnosu na most.

Na visinama 2, 5 i 10 m bili su postavljeni ultrazvučni anemometri "WindMaster Pro" (proizvođač Gill Instruments), koji mjere 3D brzinu vjetra i soničnu temperaturu frekvencijom uzorkovanja od 20 Hz. To je najveća frekvencija uzorkovanja pri duljim *in situ* mjerenjima bure koja postoje do danas. Anemometri su bili serijski spojeni na "Datalogger CR3000" (proizvođač Campbell Scientific), a cijeli sustav je bio napajan sunčevom energijom (slika 6). Podloga u neposrednoj blizini tornja uglavnom je kamen, garig i makija.



Slika 6. Lijevo: prikaz 10 m visokog tornja. Ultrazvučni anemometri nalaze se na visinama 2, 5 i 10 m. Desno: prikaz solarnih panela. U daljini je planina Velebit.

Ultrazvučni anemometar i njegov koordinatni sustav prikazani su na slici 7. Pri analizi podataka izvršena je transformacija u standardni desni koordinatni sustav.



Slika 7. Koordinatni sustav anemometara koji su korišteni na meteorološkom tornju na Maslenici. a) Prikaz horizontalnih i b) vertikalne komponente brzine.

### 3.2 Epizode bure

Kriteriji za izdvajanje epizoda bure koje će se koristiti u analizi su sljedeći:

1. 10-minutni srednjaci smjera vjetra moraju puhati iz smjera u intervalu  $[0^\circ, 90^\circ]$
2. tako definiran vjetar mora puhati minimalno 6 h (npr. Vinković, 2017).

Na izdvojenih 48 epizoda bure (tablica 1) napravljena je daljnja analiza u MATLAB-u. Koordinatni sustav rotiran je tako da je os  $x$  paralelna longitudinalnoj komponenti brzine. Zanimljivo je napomenuti da je maksimalna brzina bure izmjerena na tornju bila  $61.9 \text{ ms}^{-1}$  u ljetu 2016. godine.

Tablica 1. Osnovna statistika izdvojenih epizoda bure.

KRONOLOGIJA BURE					10 m		5 m		2 m	
#	GOD [y.]	START [d.m. h:min]	KRAJ [d.m. h:min]	$\Delta T$ [h:min]	$v_{sred}$ [m/s]	$v_{max}$ [m/s]	$v_{sred}$ [m/s]	$v_{max}$ [m/s]	$v_{sred}$ [m/s]	$v_{max}$ [m/s]
1	2015.	10.10. 09:09	11.10. 06:59	21:50	12,1	36,5	10,0	38,1	8,3	34,4
2	2015.	21.10. 14:48	24.10. 02:03	59:15	10,1	51,7	8,0	45,0	7,0	44,3
3	2015.	28.10. 19:34	29.10. 14:00	18:26	4,7	16,1	4,2	14,7	3,7	14,5
4	2015.	29.10. 15:03	01.11. 17:50	74:47	6,1	26,3	5,2	26,6	4,4	24,9
5	2015.	21.11. 15:10	22.11. 01:29	10:09	8,8	35,8	7,5	33,6	6,1	31,6
6	2015.	22.11. 08:26	22.11. 22:19	13:53	6,4	24,8	5,4	21,5	4,4	21,7
7	2015.	26.11. 02:39	28.11. 00:49	46:10	18,4	64,0	15,3	64,8	12,7	54,4
8	2015.	10.12. 02:49	10.12. 11:29	8:40	18,4	47,7	14,7	45,5	12,4	43,2
9	2015.	30.12. 10:39	30.12. 19:49	9:10	10,7	33,6	9,0	31,4	7,4	29,3
10	2016.	16.01. 00:59	17.01. 03:49	26:50	18,4	56,3	14,5	57,7	12,3	56,3
11	2016.	17.01. 14:59	18.01. 07:19	16:20	20,4	52,0	16,1	57,0	13,6	54,6
12	2016.	21.01. 13:09	22.01. 05:09	16:00	7,7	22,1	6,4	21,2	5,2	20,3
13	2016.	03.02. 22:49	04.02. 16:39	17:50	19,2	49,3	15,8	51,3	12,9	45,6
14	2016.	16.02. 13:29	17.02. 02:29	13:00	10,7	32,5	9,2	30,8	7,8	30,0
15	2016.	24.02. 05:59	24.02. 15:39	9:40	10,2	35,3	8,6	35,8	7,0	32,9
16	2016.	26.02. 06:39	26.02. 16:59	10:20	8,0	25,7	6,8	24,5	5,6	24,5
17	2016.	04.03. 00:49	04.03. 08:49	8:00	15,7	39,4	12,1	37,7	10,3	34,9
18	2016.	08.03. 22:49	10.03. 15:39	40:50	9,2	32,9	7,7	30,8	6,3	31,1
19	2016.	12.03. 08:19	15.03. 07:29	71:10	17,1	49,4	13,9	45,3	11,7	45,0
20	2016.	15.03. 16:29	17.03. 10:19	41:50	7,7	22,4	6,6	21,7	5,4	20,7
21	2016.	22.03. 11:59	24.03. 22:59	59:00	16,6	59,0	13,7	57,5	11,4	52,7
22	2016.	19.04. 04:29	19.04. 20:09	15:40	14,3	41,5	12,0	38,9	9,8	39,7
23	2016.	19.04. 23:59	20.04. 08:29	8:30	11,8	37,1	10,0	35,4	8,1	32,1
24	2016.	20.04. 13:49	20.04. 22:29	8:40	6,6	26,0	5,8	22,9	4,8	23,3
25	2016.	24.04. 09:29	25.04. 16:59	31:30	14,5	41,9	12,2	41,6	9,9	40,4
26	2016.	15.05. 10:59	16.05. 10:49	23:50	12,1	35,0	9,8	34,4	8,3	32,5
27	2016.	20.05. 01:59	20.05. 13:49	11:50	9,6	31,6	8,0	28,5	6,7	30,2
28	2016.	21.05. 08:49	21.05. 23:59	15:10	6,7	29,8	5,7	28,0	4,7	25,9
29	2016.	23.06. 16:49	24.06. 01:49	11:00	7,6	20,6	6,4	20,5	5,2	21,1



30	2016.	27.06. 17:49	28.06. 13:09	19:20	8,8	35,2	7,4	30,2	6,0	28,7
31	2016.	03.07. 17:59	04.07. 11:09	17:10	8,7	30,8	7,4	31,1	6,1	28,3
32	2016.	06.07. 23:19	07.07. 09:49	10:30	7,8	24,4	6,7	24,3	5,4	23,5
33	2016.	14.07. 21:59	17.07. 03:49	66:10	20,8	61,9	16,5	57,3	13,9	49,8
34	2016.	01.08. 18:59	02.08. 11:49	16:50	9,3	31,3	7,8	29,1	6,3	29,4
35	2016.	06.08. 02:19	06.08. 13:29	11:10	12,5	32,6	10,5	31,4	8,6	32,1
36	2016.	06.08. 14:49	08.08. 07:09	40:20	14,9	49,2	12,0	44,4	10,2	42,4
37	2016.	10.08. 23:39	12.08. 03:59	28:20	10,5	34,5	8,9	33,5	7,2	32,6
38	2016.	21.08. 22:29	22.08. 18:49	20:20	13,2	41,9	10,6	38,9	9,0	37,1
39	2016.	23.08. 00:09	24.08. 01:29	25:20	14,1	55,3	11,3	57,4	9,5	52,7
40	2016.	24.08. 04:09	26.08. 01:49	45:40	10,0	38,4	8,4	33,2	6,8	31,6
41	2016.	30.08. 06:39	31.08. 05:59	23:20	8,7	23,9	7,5	23,3	6,0	21,8
42	2016.	06.09. 15:09	07.09. 22:29	31:20	12,7	39,2	10,7	38,3	8,7	35,4
43	2016.	08.09. 17:49	10.09. 00:49	31:00	9,0	31,2	7,6	30,0	6,1	27,9
44	2016.	10.09. 01:39	10.09. 13:19	11:40	7,0	23,2	6,1	23,5	5,0	22,3
45	2016.	20.09. 11:29	22.09. 01:09	37:40	6,6	20,6	5,7	19,7	4,6	18,6
46	2016.	22.09. 09:19	22.09. 21:19	12:00	7,1	23,3	6,0	22,2	4,9	22,6
47	2016.	27.09. 15:59	28.09. 04:29	12:30	8,7	23,4	7,4	22,2	6,0	22,1
48	2016.	04.10. 20:49	05.10. 22:19	25:30	12,1	46,5	9,8	43,7	8,4	43,4

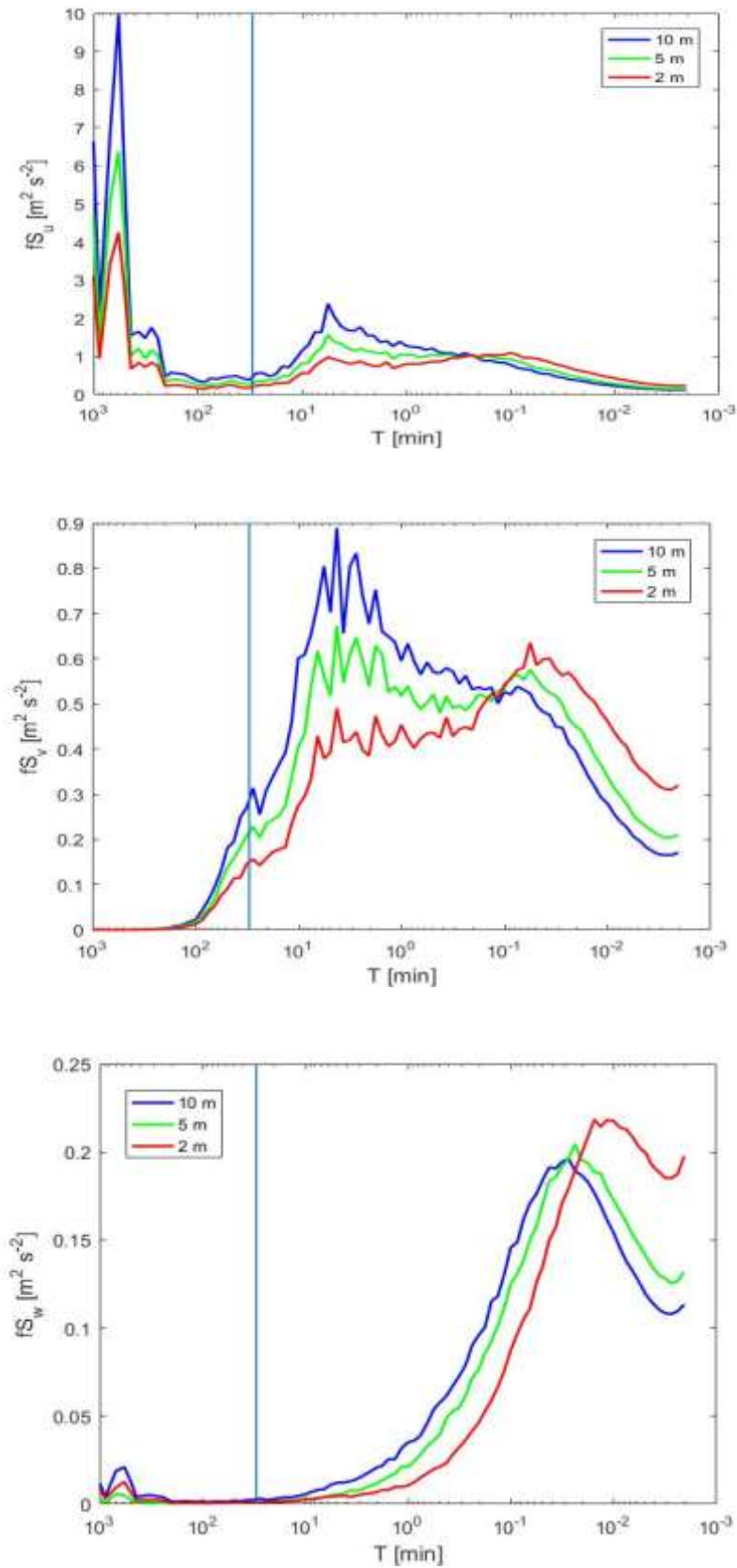
## 4 Rezultati i diskusija

### 4.1 Vremenska skala usrednjavanja

Kako se u proučavanje turbulencije u obzir ne bi uzela gibanja na većoj (sinoptičkoj) skali, a niti isključili procesi na mikroskali, potrebno je ispravno odrediti period usrednjavanja. U ovom radu taj je period određen preko procjepa na spektrima snage komponenti brzine. Spektri su dobiveni Welchovom metodom (Welch, 1967), a duljine prozora (u obliku potencije s bazom 2) određene su posebno za svaku epizodu. Za pojedinu epizodu uzeta je duljina prozora tako da bude što je moguće veća, ali manja od broja podataka u pripadnoj epizodi.

Na slici 8 prikazani su medijani spektara snage svih epizoda bure. Spektar longitudinalne komponente brzine ima najuočljiviji procjep. Uspoređujući vrijednosti na ordinati, vidi se da najviše energije pripada longitudinalnoj ( $u$ ), a najmanje vertikalnoj ( $w$ ) komponenti brzine. To znači da su promatrani turbulentni procesi uglavnom horizontalno polarizirani (vertikalna brzina im je manja i nosi najmanje energije). Osim po komponentama, postoji i raspodjela energije po visini. Najviše energije je na 10 m, a najmanje na 2 m. Za sve tri komponente brzine taj odnos se mijenja na visokofrekventnom kraju spektra. Takva raspodjela energije po visini i s obzirom na skalu procesa ukazuje na to da su u prosjeku manji vrtlozi bliže tlu, dok su veći na većim visinama.

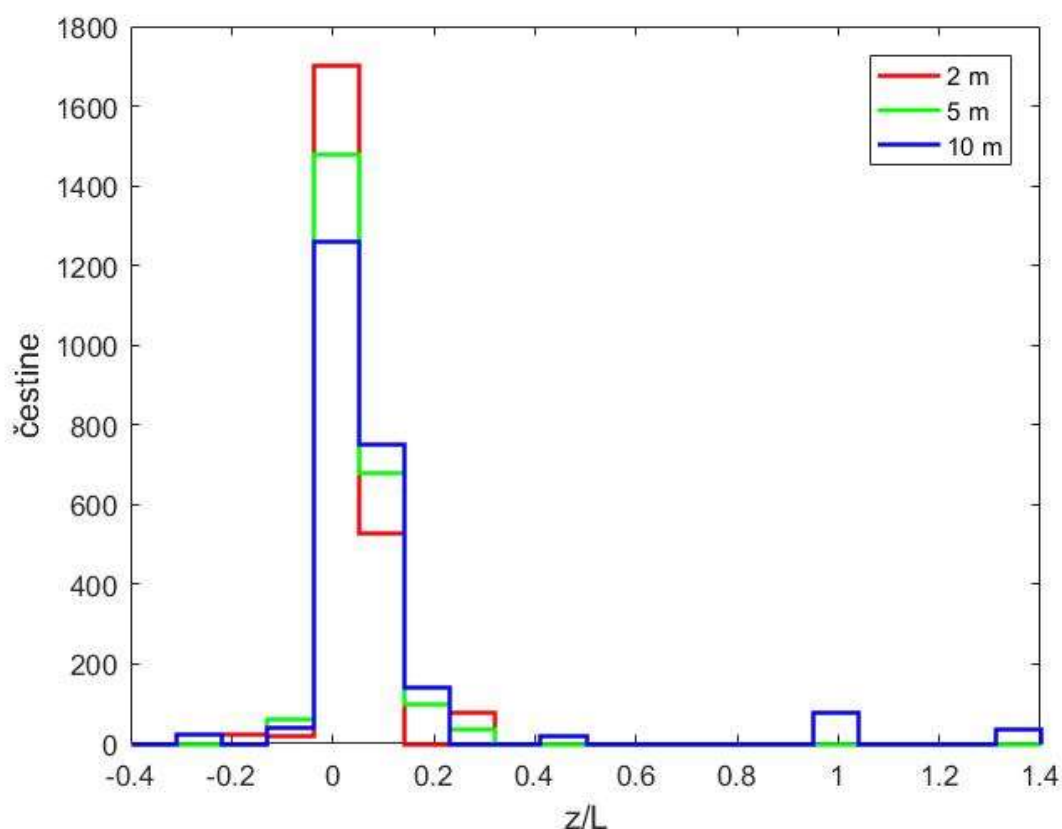
Svijetlo plava linija označava period od 30 minuta, koji je uzet kao period usrednjavanja. Sve epizode bure podijeljene su na 30-minutne blokove, a fluktuacije su računane kao odstupanje od 30-minutnog srednjaka. Daljnja analiza (ACF i Fourierovi spektri) provodi se na ovako dobivenim turbulentnim fluktuacijama.



Slika 8. Log-lin prikaz medijana otežanih spektara svih epizoda bure, longitudinalne (gore), lateralne (u sredini) i vertikalne komponente brzine (dolje). Svijetlo plava vertikalna linija označava period od 30 min.

## 4.2 Statička stabilnost

Prije daljnje analize potrebno je izbaciti sve intervale koji ne zadovoljavaju uvjete za korištenje (2.8), odnosno sve intervale koji nisu statički približno neutralni. Kao neutralni intervale uzeti su svi oni za koje vrijedi:  $|\zeta| < 0.1$ , što obuhvaća 90 % ukupnih podataka. Histogrami na slici 9 prikazuju parametre stabilnosti za sve intervale bure na tri visine. Većina intervala je neutralna, što se slaže s teorijom. Sa slike 9 se također može vidjeti da je najviše neutralnih intervala bliže tlu, a porastom visine smanjuje se broj statički neutralnih i raste broj statički stabilnih intervala. Takav rezultat je očekivan, u nižim slojevima dominiraju dinamičko-mehanički utjecaji (trenje i smicanje), što je karakteristika približno neutralnih slojeva (npr. Stull, 1988).



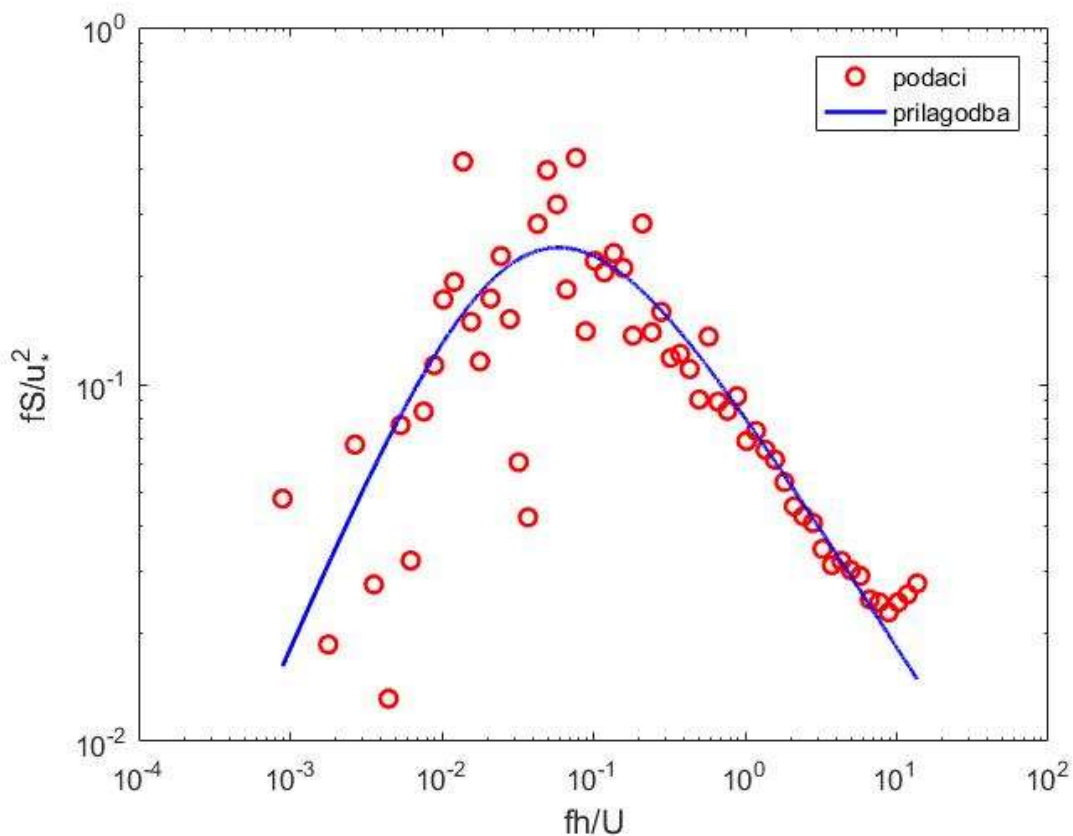
Slika 9. Histogrami svih intervala bure na tri visine u ovisnosti o parametru statičke stabilnosti

$$\zeta = \frac{z}{L}$$

Približno neutralnu stratifikaciju za vrijeme puhanja bure, posebno izraženu na nižim slojevima, opazili su i drugi autori (Lepri i sur., 2017).

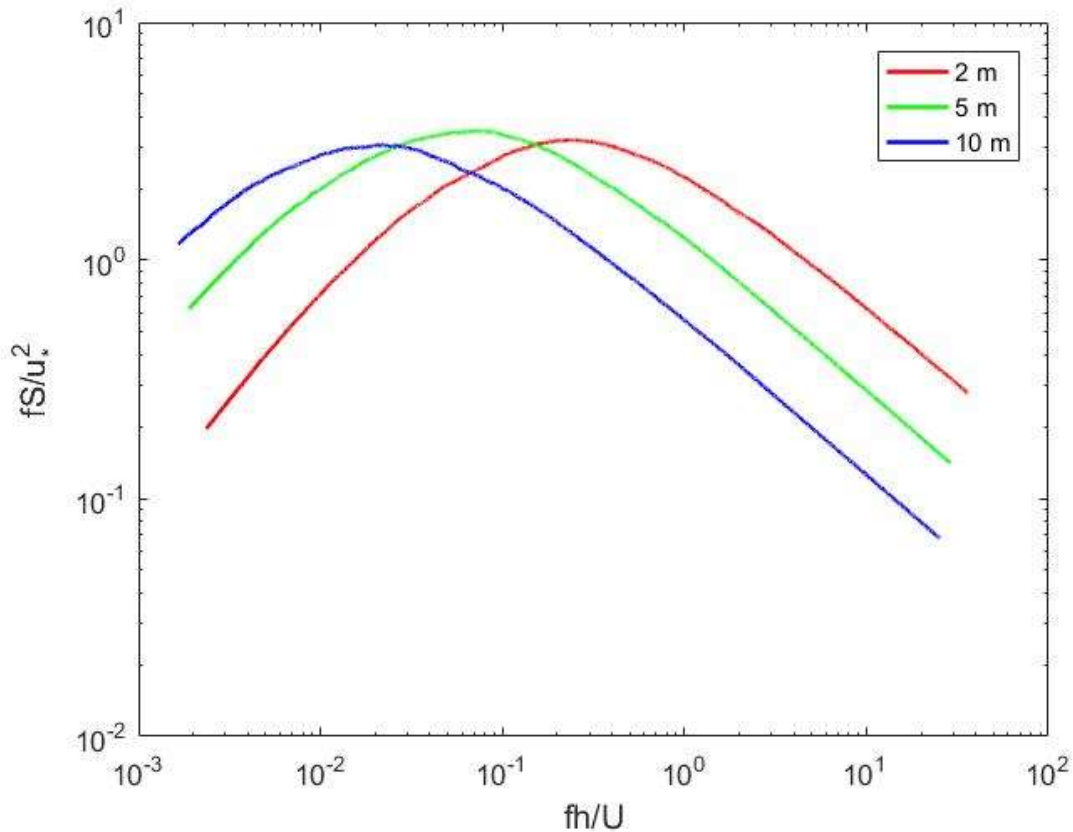
#### 4.3 Fourierovi spektri

Maksimum spektra energije ukazuje na karakterističnu skalu vrtloga koji dominiraju procesom. On se određuje na log – log prikazu frekvencijom otežanog spektra. Za svaki pojedini 30-minutni interval, na podatke dobivene mjerenjima prilagođena je krivulja (2.8) (slika 10).



Slika 10. Log – log prikaz izmjerenih podataka i prilagodbe za jedan nasumično izabran 30-minutni interval na 10 m. Parametar  $h$  na  $x$ -osi predstavlja visinu mjerenja.

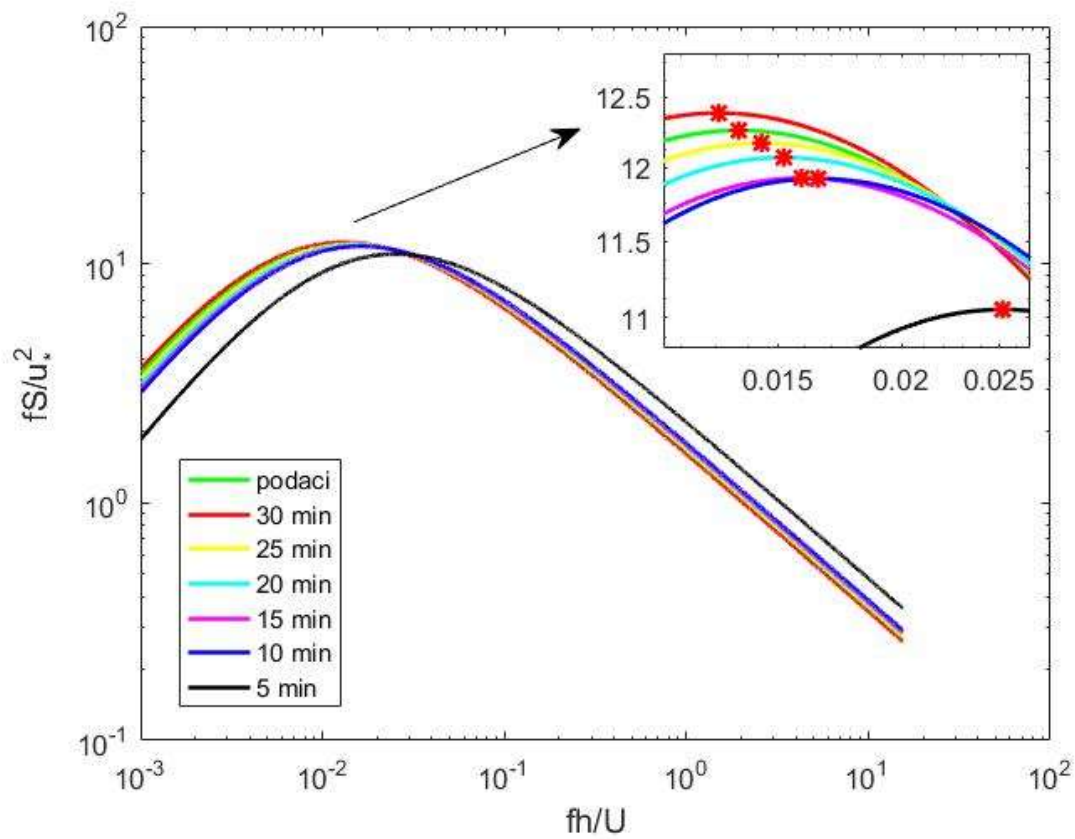
Integralne skale rastu s visinom (slika 11), maksimum se postiže pri nižim frekvencijama, što znači da je  $(T_m)_u$  veći. Može se vidjeti da spektar na 5 m ima maksimum viši nego spektri na 2 i 10 m, ali statistički nesignifikantno.



Slika 11. Log – log prikaz medijana Fourierovih spektara svih intervala na sve tri visine.

U ovom radu podaci su filtrirani HP filterom graničnih perioda od 30, 25, 20, 15, 10 i 5 min. Korišteni filter je klizni srednjak.

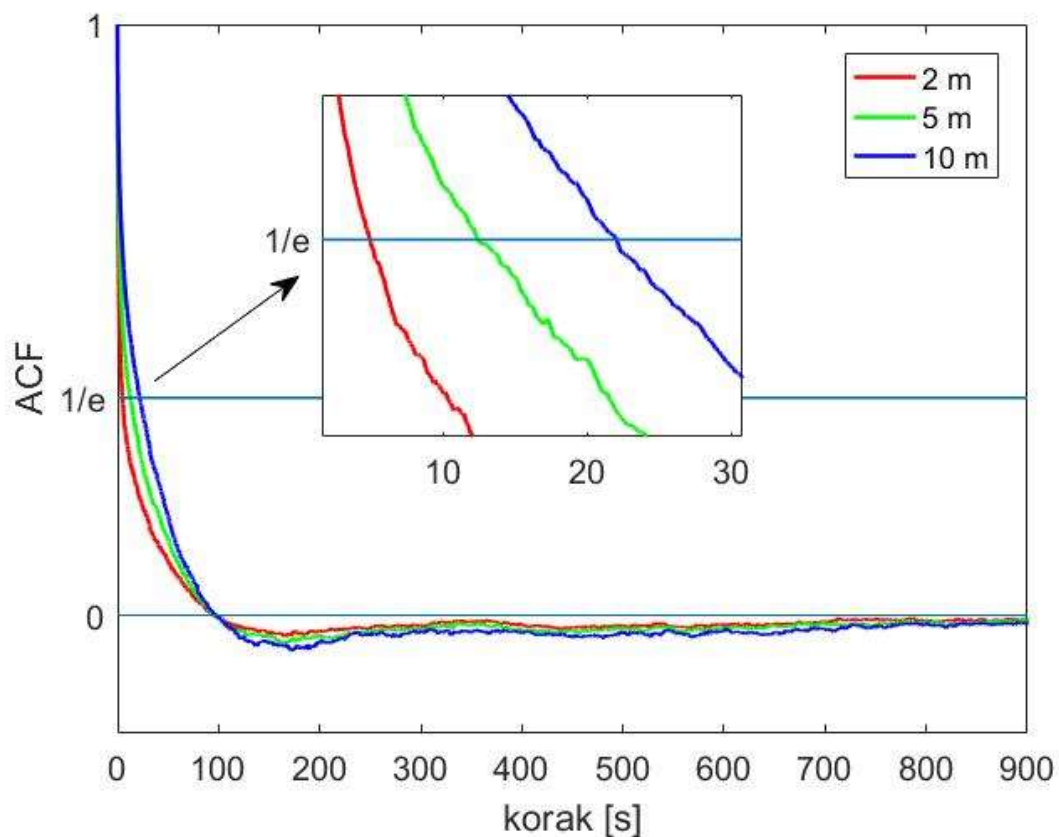
Krivulje prilagodbe za jedan nasumično izabran interval na 10 m, kao i prilagodbe filtriranih podataka prikazane su na slici 12. Vidi se pomak maksimuma prema većim frekvencijama. To znači da filtriranje smanjuje integralnu skalu vremena, što je u skladu s teorijom (Kaimal i Finnigan, 1994).



Slika 12. Log – log prikaz krivulja prilagodbe za jedan nasumično izabran 30-minutni interval na 10 m, kao i za filtrirane podatke. Crvene zvjezdice u gornjem desnom dijelu označavaju maksimume krivulja. Različite boje krivulja i pripadna vremena označavaju spektre podataka filtriranih određenim periodima.

#### 4.4 Autokorelacijske funkcije

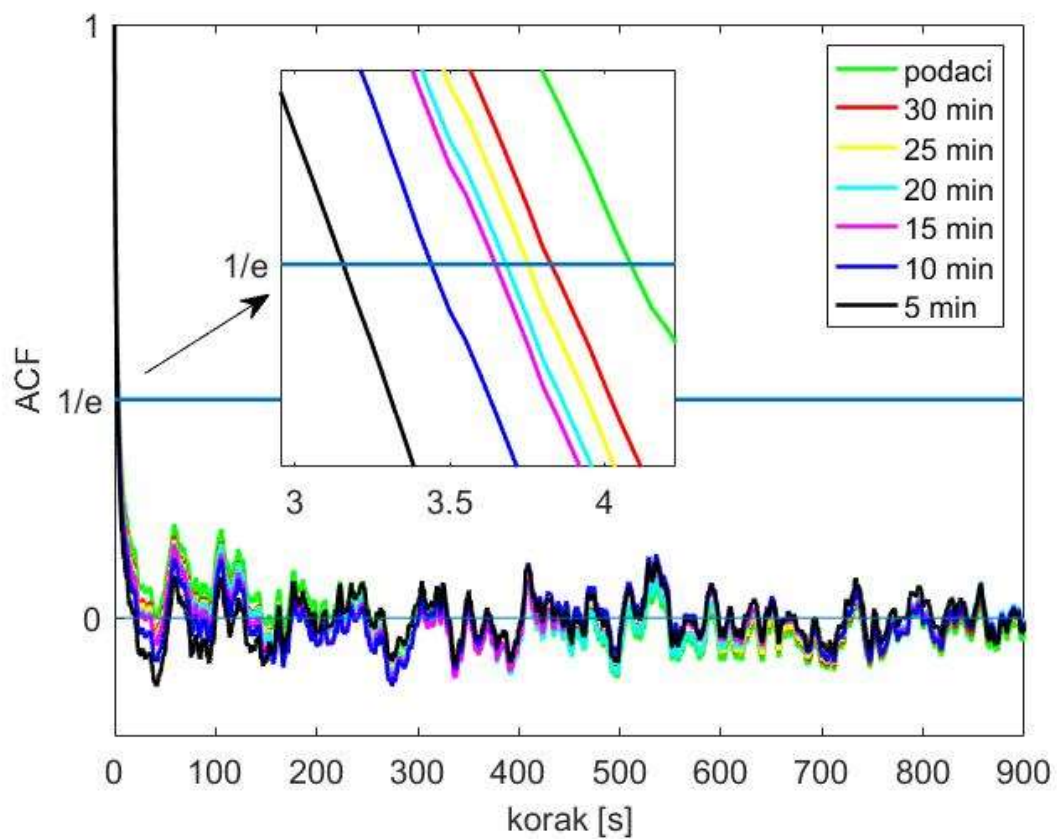
Drugi način određivanja integralnih skala je preko ACF. Integralna skala vremena u ovom radu određuje se iz ACF kao vrijeme prolaska  $\frac{1}{e}$  (npr. Vinković, 2017). Poznato je da u prizemnom sloju prosječna veličina vrtloga raste s visinom (npr. Foken, 2016, Večenaj 2012), što se vidi i na slici 13. ACF najbrže pada na  $\frac{1}{e}$  za 2 m, zatim 5 m pa 10 m. Može se reći da manji vrtlozi kraće „pamte“, što je u skladu s intuitivnom fizikom turbulencije.



Slika 13. Medijani ACF svih intervala na tri visine.

HP filter smanjuje integralnu vremensku skalu (slika 14). Kao što je ranije navedeno, manji vrtlozi imaju kraće pamćenje. Filtrirani podaci obuhvaćaju samo gibanja i procese koji su kraći od graničnog perioda filtriranja. Što je taj period manji, računa se integralna skala manjih vrtloga.





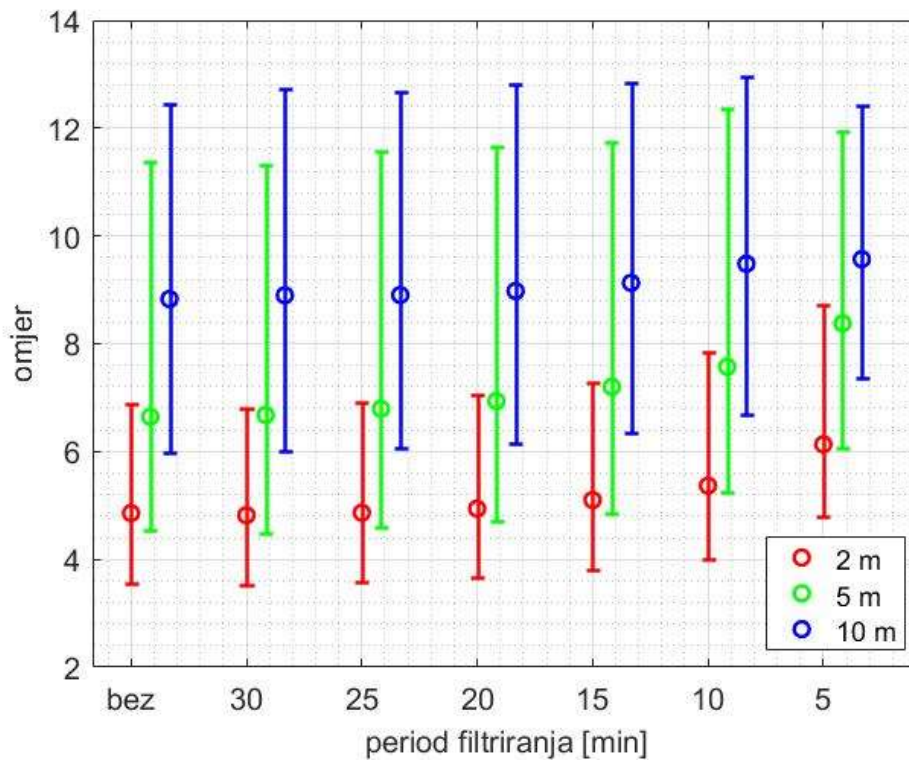
Slika 14. Autokorelacijske funkcije jednog nasumično izabranog nefiltriranog intervala na 10 m i njegovih filtriranih podataka. Različite boje krivulja i pripadna vremena označavaju ACF podataka filtriranih određenim periodima.

#### 4.5 Omjeri

Nakon što su određene integralne skale duljine preko ACF ( $T_u$ ) i preko maksimuma Fourierovog spektra ( $(T_m)_u$ ) za sve intervale svih epizoda bure na tri visine, kao i za filtrirane podatke pripadnih intervala, izračunati su omjeri (2.17). Rezultat je prikazan na slici 15 i u tablici 2. Može se uočiti da omjer (2.17) raste s visinom. Ranije je pokazano da  $T_u$  raste s visinom, kao i  $(T_m)_u$ , ali je on osjetljiviji na visinu mjerenja nego  $T_u$ . Osjetljivost omjera (2.17) na filtriranje smanjuje se visinom.

Za periode filtriranja od 30, 25 i 20 minuta, omjer se ne razlikuje značajno od nefiltriranog. Omjeri za podatke filtrirane periodima 15, 10 i 5 minuta kod sve tri visine blago rastu, ali statistički nesignifikantno u odnosu na nefiltrirane. S obzirom na to da se i  $T_u$  i  $(T_m)_u$  smanjuju filtriranjem, logično je zaključiti da je  $T_u$  osjetljiviji na filtriranje i u praksi je bolje koristiti  $(T_m)_u$ , odnosno integralnu skalu dobivenu preko Fourierovog spektra.

Ovakav rezultat poziva na oprez u određivanju apsolutnih vrijednosti integralnih skala turbulencije za buru jer, s obzirom da je omjer relativno očuvan u odnosu na duljinu filtera, teško je reći treba li sirove podatke filtrirati ili ne.



Slika 15. Medijani i kvartili omjera  $\frac{(T_m)_u}{T_u}$  za sve tri visine.  $T_u$  i  $(T_m)_u$  su integralne skale određene preko autokorelacijske funkcije i iz Fourierovog spektra.

Tablica 2. Medijani i kvartili omjera  $\frac{(T_m)_u}{T_u}$  za sve tri visine.  $T_u$  i  $(T_m)_u$  su integralne skale određene preko autokorelacijske funkcije i iz Fourierovog spektra.

filter [min]	2 m	5 m	10 m
/	3.56 - 4.86 - 6.88	4.53 - 6.65 - 11.38	5.99 - 8.83 - 12.46
30	3.52 - 4.82 - 6.80	4.49 - 6.68 - 11.31	6.00 - 8.90 - 12.72
25	3.58 - 4.87 - 6.92	4.59 - 6.79 - 11.57	6.06 - 8.91 - 12.67
20	3.66 - 4.94 - 7.05	4.72 - 6.94 - 11.67	6.16 - 9.00 - 12.80
15	3.82 - 5.10 - 7.29	4.85 - 7.20 - 11.73	6.34 - 9.13 - 12.83
10	4.00 - 5.37 - 7.83	5.24 - 7.57 - 12.35	6.70 - 9.48 - 12.96
5	4.78 - 6.13 - 8.73	6.06 - 8.38 - 11.95	7.37 - 9.57 - 12.43

## 5 Zaključak

Glavni cilj ovog diplomskog rada bio je proučiti utjecaj HP filtriranja na integralne skale turbulencije bure. Integralne skale mogu se odrediti preko ACF i preko maksimuma spektra energije. Omjer tih dviju skala u teoriji bi trebao biti  $2\pi$ . Osjetljivost omjera na filtriranje može biti dobar pokazatelj koji od ta dva načina bi bio bolji izbor za korištenje u praksi.

Na podacima 48 epizoda bure određen je period usrednjavanja od 30 minuta. Epizode su podijeljene na 30-minutne intervale. Većina intervala zadovoljava uvjet neutralne stratifikacije, što je bilo i očekivano za buru, pa su podaci prilagođeni empirijskom krivuljom radi lakšeg pronalaženja maksimuma spektra,  $(T_m)_u$ . Integralne skale dobivene na oba načina osjetljive su na filtriranje. Rezultati ovog rada pokazuju da je njihov omjer očuvan kod perioda 30, 25 i 20 minuta, ali statistički nesignifikantno raste daljnjim skraćivanjem perioda. Takav porast omjera ukazuje na to da je maksimum spektra energije manje osjetljiv na filtriranje i zbog toga bi mogao biti bolji izbor u praksi. Zbog činjenice da je omjer ipak relativno očuvan u odnosu na duljinu filtera, potreban je oprez kod određivanja apsolutne vrijednosti integralnih skala turbulencije za buru.

Glavni doprinos ovog rada je taj da je test pokazao da teorijski omjer integralnih skala nije osjetljiv na filtriranje podataka za buru. Takav rezultat naglašava važnost daljnjeg istraživanja integralnih skala i oprez kod uzimanja njihove apsolutne vrijednosti u modelima. U daljnjem istraživanju bilo bi poželjno takav test napraviti za druge setove podataka i za druge vjetrove, kao i ispitati osjetljivost integralnih skala o vrsti korištenog filtera.

## 6 Literatura

- [1] Baklanov, A.; Grisogono, B. (2007) *Atmospheric Boundary Layers: Nature, Theory and Applications to Environmental Modelling and Security*. New York: Springer, 239 str.
- [2] Durran, D. R. (1986) Another look at downslope windstorms, part I: the development of analogs to supercritical flow in an infinitely deep, continuously stratified fluid. *J. Atmos. Sci.* 43, 2527–2543
- [3] Foken, T. (2016) *Micrometeorology*. Berlin: Springer-Verlag, 362 str.
- [4] Gohm, A.; Mayr, G. J.; Fix, A.; Giez, A. (2008) On the onset of bora and the formation of rotors and jumps near a mountain gap. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 134, 21–46
- [5] Grisogono, B.; Enger, L. (2004) Boundary-layer variations due to orographic wave-breaking in the presence of rotation. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 130, 2991–3014
- [6] Grisogono, B.; Belušić, D. (2009) A review of recent advances in understanding the meso- and micro-scale properties of the severe Bora wind. *Tellus*, 61 A, 1-16
- [7] Kaimal, J. C.; Finnigan, J. J. (1994) *Atmospheric Boundary Layer Flows. Their Structure and Measurement*, Oxford: Oxford University Press, 289 str.
- [8] Klemp, J. B.; Durran, D. R. (1987) Numerical modelling of Bora winds. *Meteorol. Atmos. Phys.* 36, 215–227
- [9] Lepri, P.; Kozmar, H.; Večenaj, Ž.; Grisogono, B. (2014) A summertime near-ground velocity profile of the bora wind. *Wind and Structures*, 505-522
- [10] Lepri, P.; Večenaj, Ž.; Kozmar, H.; Grisogono, B. (2017) Bora wind characteristics for engineering applications. *Wind and Structures*, 579-611
- [11] Lumley, J. L.; Panofsky, H. A. (1964) *The Structure of Atmospheric Turbulence*. New York: Wiley-Interscience, 239 str.
- [12] Makjanić, B. (1978) Bura, jugo, etezija: Prilozi poznavanju vremena i klime SFRJ. Beograd; Savezni hidrometeorološki zavod, sv. 5, 1-43

- [13] Raupach, M. R.; Finnigan, J. J. ; Brunei, Y. (1989) Coherent eddies in vegetation canopies. Fourth Australasian Conference on Heat and Mass Transfer. Christchurch, New Zealand, 75-90
- [14] Smith, R. B. (1987) Aerial observations of the Yugoslavian Bora. *J. Atmos. Sci.* 44, 269–297
- [15] Smith, R.B.; Doyle, J. D.; Jiang, Q.; Smith, S.A. (2007) Alpine gravity waves: lessons from MAP regarding mountain wave generation and breaking. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 133, 917–936
- [16] Stull, R.B. (1988): *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Dordrecht, Nizozemska: Kluwer Academic Publishers, 666 str.
- [17] Šoljan, V.; Belušić, A.; Šarović, K.; Nimac, I.; Brzaj, S.; Suhin, J.; Belavić, M.; Večenaj, Ž.; Grisogono, B. (2018) Micro-Scale Properties of Different Bora Types, *Atmosphere*, 116, 1 – 25
- [18] Večenaj, Ž.; De Wekker, S.F.J.; Grubišić, V. (2011) Near-surface characteristics of the turbulence structure during a mountain-wave event. *Journal of applied meteorology and climatology* 50, 1088-1106
- [19] Večenaj, Ž.; Belušić, D.; Grubišić, V.; Grisogono, B. (2012) Along-coast features of bora-related turbulence. *Bound. Layer Meteorol.* 143, 527–545
- [20] Večenaj, Ž.; De Wekker, S.F.J. (2015) Determination of non-stationarity in the surface layer during the T-REX experiment. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 141, 1560 – 1571
- [21] Vinković, K. (2017) Integralne skale u prizemnom atmosferskom sloju za buru. Diplomski rad. Zagreb: Geofizički odsjek PMF-a, 38 str.
- [22] Welch, P. (1967): The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*: 15, 70–73