SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK
Poslijediplomski specijalistički studij aktuarske matematike

Matea Nosse Marušić

VREMENSKA STRUKTURA BEZRIZIČNIH KAMATNIH STOPA

Završni rad

Voditelj rada:
prof. dr. sc. Damir Bakić

Zagreb, 2020.

Sadržaj

1 Uvod

Kamatne stope, odnosno pripadni diskontni faktori, jedan su od ključnih podataka za procjenu dugoročnih obveza društava za osiguranje, a iste se mogu dobiti na temelju informacija o instrumentima s financijskih tržišta. Dobivanje kamatnih stopa je uvelike olakšano ukoliko financijska tržišta pružaju informacije o bezrizičnim obveznicama (engl. *default-free* ili *risk-free bonds*) s dospijećima koja odgovaraju novčanim tokovima osigurateljnih obveza.

S obzirom da se obveze iz ugovora o osiguranju kod većine osiguratelja koji obavljaju poslove životnih osiguranja protežu na nekoliko desetljeća, dospijeća financijskih instrumenata s tržišta se teško mogu uskladiti s time. Stoga se za dobivanje kamatnih stopa za nedostupna dospijeća koriste prikladne računske tehnike.

Cilj ovog rada je opis jedne od takvih tehnika, odnosno tehnike koju je Europsko nadzorno tijelo za osiguranje i strukovno mirovinsko osiguranje propisalo kao službenu. Riječ je o Smith-Wilsonovoj metodi interpolacije i ekstrapolacije koja, za dostupna dospijeća, koristi podatke o financijskim instrumentima s tržišta te, kao ulazne parametre, krajnju terminsku stopu i parametar kojim se kontrolira brzina konvergencije kamatnih stopa prema krajnjoj terminskoj stopi. Primjenom navedene metode dobiju se funkcije sadašnje vrijednosti (odnosno diskontni faktori) za sva preostala dospijeća koja u početku nisu bila dostupna, a iz čega se jednostavnim izračunom dolazi do traženih kamatnih stopa. Na ovaj način dobiva se prikaz vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa.

Rad je koncipiran na sljedeći način: u uvodnom dijelu se navode zakonske osnove za dobivanje i korištenje vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa te se daje kratki pregled osnovnih načela regulative Solventnosti II. U dijelu koji se odnosi na identifikaciju financijskih instrumenata na temelju kojih se računaju kamatne stope navode se kriteriji za procjenu jesu li tržišta duboka, likvidna i transparentna te se opisuju dvije vrste prilagodbe kamatnih stopa s tržišta. Glavni dio rada obuhvaća opis parametara i same Smith-Wilsonove metode interpolacije i ekstrapolacije, njezine prednosti i nedostatke te je dan primjer izračuna krivulje bezrizičnih kamatnih stopa na temelju četiri državne obveznice s kuponima. Na kraju rada se uspoređuje izračun tehničkih pričuva prema računovodstvenim propisima te prema

Solventnosti II s naglaskom na primjenu različitih kamatnih stopa.

1.1 Regulatorni okvir

Solventnost II novi je zakonodavni i regulatorni okvir ukupnog poslovanja društava za osiguranje u Europskoj uniji koji bi trebao prepoznavati i vrednovati sve rizike kojima je društvo za osiguranje izloženo, poticati društvo na cjelovito upravljanje rizicima, unaprijediti odnos s nadzornim tijelom te povećati otvorenost poslovanja prema svim sudionicima. Temeljni ciljevi Solventnosti II su zaštita osiguranika, postavljanje granice solventnosti koja će predstavljati ukupnu izloženost društva za osiguranje svim rizicima, anticipiranje tržišnih promjena, pristup temeljen na principima a ne strogim pravilima te održavanje financijske stabilnosti. U okviru Solventnosti II svi rizici u poslovanju društva za osiguranje trebali bi biti kvantitativno i/ili kvalitativno prepoznati i upravljani, a izloženost i upravljanje rizicima društva određivalo bi potrebni solventni kapital.

S obzirom na sve češće financijske, ekonomske i gospodarske krize koje imaju utjecaj i na industriju osiguranja, Europska komisija je usvojila Direktivu 2009/138/EZ Europskog parlamenta i Vijeća od 25. studenog 2009. o osnivanju i obavljanju djelatnosti osiguranja i reosiguranja (dalje u tekstu: Direktiva Solventnost II) kao temelj za regulatorni okvir "Solventnost II". 16. travnja 2014. usvojena je Direktiva 2014/51/EU Europskog Parlamenta i Vijeća o izmjeni direktiva 2003/71/EZ i 2009/138/EZ te uredbi (EZ) br. 1060/2009, (EU) br. 1094/2010 i (EU) br. 1095/2010 u pogledu ovlasti Europskog nadzornog tijela (Europskog nadzornog tijela za osiguranje i strukovno mirovinsko osiguranje) i Europskog nadzornog tijela (Europskog nadzornog tijela za vrijednosne papire i tržišta kapitala) koja nadopunjuje Direktivu 2009/138/EU, a koja je poznata još i kao Omnibus II Direktiva. Kao drugu razinu implementiranosti Direktive Solventnost II Europska Komisija usvojila je Delegiranu uredbu Komisije (EU) 2015/35 od 10. listopada 2014. o dopuni Direktive 2009/138/EZ Europskog parlamenta i Vijeća o osnivanju i obavljanju djelatnosti osiguranja i reosiguranja (Solventnost II) kojom su propisana pravila za implementaciju Solventnosti II, a ista je nadopunjena Delegiranom uredbom Komisije (EU) 2016/467 od 30. rujna 2015. o izmjeni Delegirane uredbe (EU) 2015/35 u pogledu izračuna regulatornih kapitalnih zahtjeva za nekoliko kategorija imovine koje drže društva za osiguranje i reosiguranje.

Uz navedene direktive[1] i uredbe[2], regulatorni okvir Solventnost II obuhvaća i Provedbene tehničke standarde i Smjernice kao treću razinu usvajanja Direktive Solventnost II, a koji obuhvaćaju preporuke i načela supervizije koje predlaže i usvaja Europsko nadzorno tijelo za osiguranje i strukovno mirovinsko osiguranje (dalje u tekstu: EIOPA). S obzirom da je Republika Hrvatska od 1. srpnja 2013. punopravna članica Europske unije, odredbe Direktive Solventnost II transponirane su u trenutno važeći Zakon o osiguranju (NN, br. 30/15, 112/18) (dalje u tekstu: Zakon o osiguranju) koji je na snazi od 22. prosinca 2018., dok se odredbe ostatka regulative Solventnost II direktno primjenjuju na poslovanje društava za osiguranje unutar Republike Hrvatske.

Prije stupanja na snagu Solventnosti II, sustav regulacije adekvatnosti kapitala i granice solventnosti društava za osiguranje bio je zasnovan na pravilima i mjerama koje definiraju granicu solventnosti koju osiguratelji moraju ispuniti. Bio je u upotrebi od 1970., a zadnje izmjene bile su 2002. godine. Radilo se o jednostavnom modelu koji je uzimao u obzir samo osigurateljni rizik na principu omjera premije i šteta. Financijskim rizikom upravljalo se zakonskim pravilima i ograničenjima ulaganja, što nije imalo utjecaja na adekvatnost kapitala ili granicu solventnosti. Ovim pristupom mnogi rizici kojima je društvo za osiguranje bilo izloženo nisu bili vrednovani i upravljani na adekvatan način, niti su primjereno bili vrednovani instrumenti zaštite i diverzifikacijski učinci.

Za razliku od prijašnje regulative gdje se osigurateljna solventnost mogla utvrditi korištenjem jednostavne metodologije, nova regulativa Solventnost II uzima u obzir razna područja poslovanja društva za osiguranje, kako bi se mogla provesti potpuna i kvalitetna procjena osiguratelja te ujedno poboljšati preventiva protiv budućih financijskih šokova.

[1] Direktiva je zakonodavni akt kojim se utvrđuje cilj koji sve države članice Europske unije moraju ostvariti. Međutim, svaka država samostalno odlučuje o načinu na koji će ostvariti taj cilj.

[2] Uredba je obvezujući zakonodavni akt koji se mora u cijelosti primjenjivati u čitavoj Europskoj uniji.

1.2 Solventnost II

Solventnost II podrazumijeva nadzorni okvir temeljen na rizicima (engl. *Risk-based supervisory framework*) koji se dijeli u tri podjednako bitna stupa koji propisuju kvantitativne i kvalitativne zahtjeve te potiču transparentnost i izvještavanje, odnosno objavu podataka.

Slika 1: Tri stupa Solventnosti II (izvor: www.huo.hr)

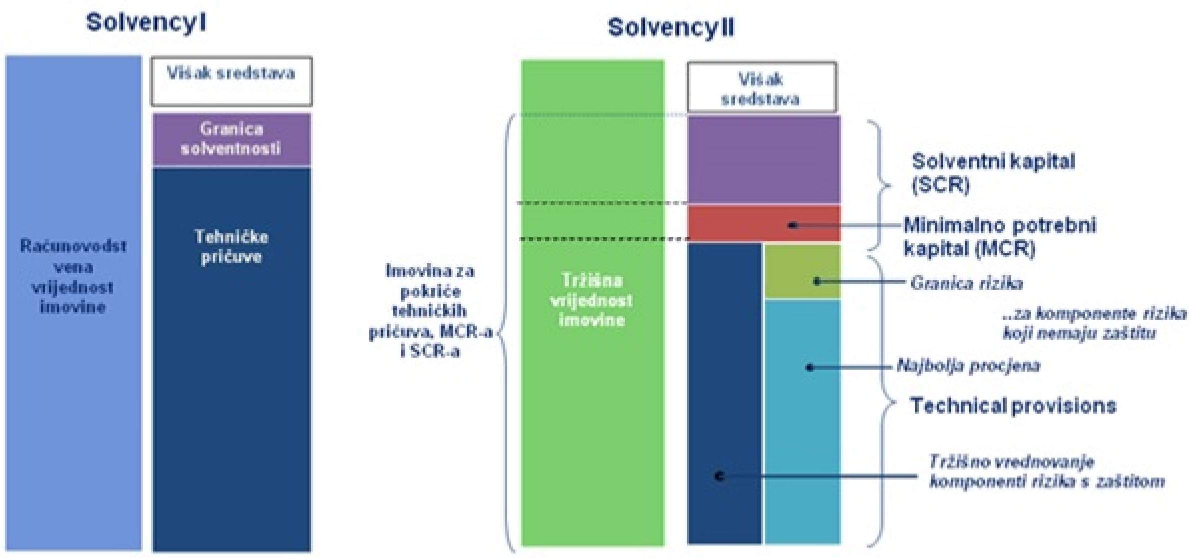
Prvi stup Solventnosti II predstavlja kvantitativne mjere. Njime se definira vrednovanje imovine i obveza, izračun tehničkih pričuva, kategorizacija vlastitih sredstava te se pretpostavljaju dvije razine kapitala: potrebni solventni kapital i minimalni potrebni kapital. Potrebni solventni kapital (engl. *Solvency Capital Requirement – SCR*) je ona razina kapitala koja omogućuje društvu za osiguranje pokriće gotovo svih štetnih događaja i solventno poslovanje s obzirom na preuzete rizike. Minimalni potrebni kapital (engl. *Minimum Capital Requirement – MCR*) predstavlja najnižu dopuštenu razinu kapitala društva ispod koje bi osiguranici i korisnici osiguranja bili izloženi neprihvatljivoj razini rizika kad bi društvu za osiguranje bilo dopušteno daljnje poslovanje.

Ključna područja nove regulative Solventnost II i samog koncepta nadzora temeljenog na rizicima i kapitalnim zahtjevima sadržana su u drugom i trećem stupu koji se zasnivaju na cjelovitom sustavu prepoznavanja i upravljanja svim rizicima, drugačijem odnosu s nadzornim tijelom i većoj transparentnosti poslovanja. Posebno važno pitanje odredbi drugog stupa i cjelokupne Solventnosti II predstavlja *Vlastita procjena rizika i solventnosti* (engl. *Own Risk and Solvency Assesment - ORSA*) koju društva za osiguranje trebaju provoditi barem jednom godišnje. ORSA proces obuhvaća i analizira najmanje sljedeće:

- ukupne potrebe solventnosti uzimajući u obzir specifični profil rizika, odobrena ograničenja dozvoljenih rizika te poslovnu strategiju društva,
- usklađenost, na kontinuiranoj osnovi, s regulatornim kapitalnim zahtjevima te zahtjevima koji se odnose na tehničke pričuve,
- značajnost odstupanja profila rizičnosti društva za osiguranje od pretpostavki na kojima se temelji izračun kapitalnih zahtjeva prema standardnoj formuli,

a isti je detaljnije propisan člankom 96. Zakona o osiguranju.

Jedan od aspekata regulative Solventnost II je novi pristup vrednovanju imovine i obveza koji se temelji na tržišnim odnosno ekonomskim (fer) cijenama, gdje tržišne informacije imaju ključnu ulogu te gdje se tržišno vrednuju svi rizici kojima su izložene bilančne pozicije. Članak 105. stavak 1. Zakona o osiguranju navodi kako se imovina vrednuje po iznosu za koji bi se mogla razmijeniti između dobro obaviještenih voljnih strana u transakciji po tržišnim uvjetima, te kako se obveze vrednuju po iznosu za koji bi se mogle prenijeti ili namiriti između dobro obaviještenih voljnih strana u transakciji po tržišnim uvjetima. Ovako definirane tržišne cijene u skladu su definicijom fer vrijednosti iz *Međunarodnih standarda za financijsko izvještavanje – MSFI* (engl. *International Financial Reporting Standards – IFRS*), gdje je fer vrijednost cijena koja bi se mogla ostvariti prodajom neke stavke imovine ili plaćena za prijenos neke obveze u redovnoj transakciji između tržišnih sudionika na datum vrednovanja.



Slika 2: Struktura bilance (izvor: www.huo.hr)

Vrednovanje obveza po Solventnosti II je također po principima fer vrijednosti, a u skladu s člankom 106. stavkom 2. Zakona o osiguranju vrijednost tehničkih pričuva mora odgovarati sadašnjem iznosu koji bi društvo za osiguranje moralo platiti kad bi svoje obveze iz ugovora o osiguranju, odnosno ugovora o reosiguranju odmah prenijelo na drugo društvo za osiguranje. Dodatno, članak 106. stavak 3. Zakona o osiguranju navodi kako izračun tehničkih pričuva mora upotrebljavati i biti usklađen s informacijama koje pružaju financijska tržišta te s opće dostupnim podacima o preuzetim rizicima osiguranja, što predstavlja tržišnu usklađenost.

Tehničke pričuve, koje čine najveći dio obveza društva za osiguranje i čiji je izračun propisan člankom 107. Zakona o osiguranju, jednake su zbroju najbolje procjene i dodatka za rizik. Dodatak za rizik (engl. *Risk margin*), propisan člankom 109. Zakona o osiguranju, mora biti takav da je vrijednost tehničkih pričuva istovjetna s iznosom koji bi društvo za osiguranje zahtijevalo za preuzimanje i ispunjavanje obveza iz ugovora o osiguranju, odnosno ugovora o reosiguranju.

Najbolja procjena (engl. *Best estimate*), propisana člankom 108. Zakona o osiguranju, mora biti jednaka očekivanoj sadašnjoj vrijednosti budućih novčanih tokova uzimajući u obzir vremensku vrijednost novca odnosno upotrebljavajući relevantnu vremensku strukturu bezrizičnih kamatnih stopa (engl. *risk-free rate* - RFR krivulja).

Projekcija novčanog toka koja se upotrebljava u izračunu najbolje procjene mora uzeti u obzir sve novčane priljeve i odljeve koji proizlaze iz obveza iz ugovora o osiguranju, odnosno ugovora o reosiguranju tijekom njihova trajanja, a izračun najbolje procjene mora se temeljiti na najnovijim i vjerodostojnim informacijama i realnim pretpostavkama, koristeći odgovarajuće, primjenjive i relevantne aktuarske i statističke metode.

2 Identifikacija relevantnih financijskih instrumenata

2.1 Duboka, likvidna i transparentna tržišta

Određivanje relevantne vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa temelji se na informacijama koje proizlaze iz odgovarajućih financijskih instrumenata, što je propisano člankom 110. Zakona o osiguranju. Pri tome se uzimaju u obzir relevantni financijski instrumenti s dospijećima kada su tržišta za te financijske instrumente, uključujući obveznice, duboka, likvidna i transparentna (dalje u tekstu: DLT tržišta). Prema Delegiranoj uredbi 2015/35/EU, duboko tržište je tržište na kojem se transakcije koje uključuju veliku količinu financijskih instrumenata mogu obavljati bez značajnog utjecaja na cijenu instrumenata. Likvidno tržište je tržište na kojemu je prisutan veliki broj kupaca i prodavača te se transakcije mogu obavljati relativno jednostavno i brzo. Transparentno tržište je tržište na kojem su trenutačne informacije o trgovini i cijenama lako dostupne javnosti pa tako i društvima za osiguranje.

Članak 110. Zakona o osiguranju također propisuje da se, za dospijeća kada tržišta za relevantne financijske instrumente, uključujući obveznice, više nisu duboka, likvidna i transparentna, relevantna vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa ekstrapolira. Ekstrapolirani dio relevantne vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa temelji se na dostupnim terminskim kamatnim stopama (engl. *forward rates*) koje na dubokom, likvidnom i transparentnom tržištu konvergiraju do krajnje terminske stope (engl. *Ultimate Forward Rate - UFR*).

Recital (21) Delegirane Uredbe 2015/35 pojašnjava kako pod tržišnim uvjetima koji su slični onima na dan donošenja Direktive 2014/51/EU, pri određivanju posljednjeg dospijeća nakon kojeg tržišta obveznica više nisu duboka, likvidna i transparentna u skladu s člankom 110. Zakona o osiguranju, tržište obveznica denominiranih u eurima ne bi trebalo smatrati dubokim i likvidnim ako kumulativni volumen obveznica s dospijećima većima ili jednakima posljednjem dospijeću iznosi manje od šest posto volumena svih obveznica na tom tržištu.

DLT tržišta dodatno su popisana člancima 43. do 48. Delegirane uredbe

(EU) 2015/35. Ovdje se navodi kako bezrizične kamatne stope trebaju zadovoljavati sljedeće kriterije:

- društvo za osiguranje može u praksi ostvariti ove stope na nerizičan način,
- stope se pouzdano utvrđuju na temelju financijskih instrumenata kojima se trguje na dubokom, likvidnom i transparentnom financijskom tržištu.

Također, stope odgovarajuće vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa računaju se zasebno za svaku valutu i dospijeće na temelju svih informacija i podataka bitnih za tu valutu i to dospijeće. Određuju se na transparentan, razborit, pouzdan i objektivan način koji je dosljedan tijekom vremena. Dodatno, u skladu s člankom 44. Delegirane uredbe (EU) 2015/35, osnovne bezrizične kamatne stope za svaku se valutu i dospijeće dobivaju na temelju stopa razmjene kamatnih stopa (engl. *interest rate swap rates*) za kamatne stope te valute, prilagođeno kako bi se uzeo u obzir kreditni rizik stopa razmjene. Za svaku valutu i sva dospijeća za koja stope razmjene kamatnih stopa nisu dostupne s dubokih, likvidnih i transparentnih financijskih tržišta, osnovne bezrizične kamatne stope dobivaju se na temelju kamatnih stopa državnih obveznica izdanih u toj valuti, prilagođenih kako bi se uzeo u obzir kreditni rizik državnih obveznica, uz uvjet da su takve državne obveznice dostupne na dubokim, likvidnim i transparentnim financijskim tržištima.

Rezultat DLT procjene je, za svaku valutu, lista dospijeća za koja se tržište relevantnih financijskih instrumenata smatra dubokim, likvidnim i transparentnim, uključujući i identifikaciju posljednjeg dospijeća za koje postoje kamatne stope na DLT tržištu, a na temelju kojega se određuje posljednja likvidna točka.

2.2 Konceptualni okvir za valute Europskog gospodarskog prostora

Početni korak u DLT procjeni poduzimaju nacionalna nadležna tijela (za Republiku Hrvatsku procjenu provodi Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga). Ovdje se prikupljaju informacije o stopama razmjene kamatnih stopa odnosno kamatnim stopama državnih obveznica, te se provode analize o trgovanju navedenim financijskim instrumentima. S obzirom da se u Republici Hrvatskoj ne trguje stopama razmjene kamatnih stopa, DLT procjena obuhvaća samo državne obveznice te se, ovisno o broju dana trgovanja obveznicama, cijenama, broju transakcija, ukupnoj količini i ukupnom prometu, donosi zaključak je li tržište obveznica u Republici Hrvatskoj DLT tržište. Prikupljene informacije prosljeđuju se EIOPA-i koja osigurava homogenost između procjena nacionalnih nadležnih tijela. DLT procjena provodi se jednom godišnje, a na osnovi dobivenih rezultata odlučuje se na temelju kojih će financijskih instrumenata biti proveden izračun bezrizičnih kamatnih stopa po svakoj valuti. Tablica 1. u nastavku, preuzeta iz [2], daje pregled financijskih instrumenata po valutama Europskog gospodarskog prostora (EEA valute) koji se trenutno koriste za dobivanje bezrizičnih kamatnih stopa, ovisno koriste li se stope razmjene kamatnih stopa (S) ili kamatne stope obveznica (B). Prazna polja označavaju godine dospijeća za koja ne postoje DLT tržišta.

	Valuta										
Dospijeće t	EUR	CHF	NOK	PLN	ISK	HRK	RON	SEK	CZK	HUF	GBP
1	S	S	S	B		B	B	S	S	B	S
2	S	S	S	B	B		B	S	S	B	S
3	S	S	S	B	B	B	B	S	S	B	S
4	S	S	S	B		B	B	S	S	B	S
5	S	S	S	B			B	S	S	B	S
6	S	S	S	B	B			S	S	B	S
7	S	S	S	B			B	S	S	B	S
8	S	S	S	B	B	B	B	S	S	B	S
9	S	S	S	B		B	B	S	S	B	S
10	S	S		B			B	S	S	B	S
11		S									S
12	S	S							S		S
13		S									S
14		S									S
15	S	S							S	B	S
16, 17, 18, 19											S
20	S	S									S
25		S									S
30											S
35, 40, 45, 50											S

Tablica 1: Pregled financijskih instrumenata po valutama EEA

2.3 Konceptualni okvir za valute izvan EEA

DLT procjenu za valute koje ne pripadaju zemljama Europskog gospodarskog prostora provodi EIOPA na temelju empirijskih dokaza o kretanju relevantnih kamatnih stopa. Do empirijskog dokaza se dolazi provođenjem kvantitativnih i kvalitativnih analiza te grafičkih prikaza analize volatilnosti i analize *bid-ask* raspona za te valute. Ukoliko ovim pristupom nije moguće dobiti zadovoljavajuće rezultate, smatra se da tržište nije DLT tržište, a posljedično kamatne stope s navedenih tržišta ne ulaze u izračun bezrizičnih kamatnih stopa. Prema [2], tržište stopa razmjene kamatnih stopa za četiri valute koje ne pripadaju Europskom gospodarskom prostoru ne zadovoljavaju DTL uvjete te se bezrizične kamatne stope temelje na odgovarajućim državnim obveznicama, kako je navedeno u Tablici 2. u nastavku.

Država	Valuta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Brazil	BRL	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Kolumbija	COP	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Indija	INR	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Tajvan	TWD	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

Tablica 2: Zemlje i valute izvan EEA s DLT tržištem državnih obveznica

Prvi redak u tablici označava vremena dospijeća financijskih instrumenata t, a oznaka B da su korišteni financijski instrumenti kamatne stope državnih obveznica. Dodatno, Tablica 3. u nastavku daje pregled rezultata DLT procjene temeljene na stopama razmjene kamatnih stopa za valute koje ne pripadaju Europskom gospodarskom prostoru, pri čemu prvi redak označava vremena dospijeća financijskih instrumenata, a oznake S da se radi o stopama razmjene kamatnih stopa.

Država	Valuta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	25	30	35	40	45	50
Rusija	RUB	S	S	S	S	S	S	S			S																
Australija	AUD	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S		S			S					S	S	S				
Kanada	CAD	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S		S			S					S		S				
Čile	CLP	S	S	S	S	S		S			S																
Kina	CNY	S	S	S	S	S		S			S																
Hong Kong	HKD	S	S	S	S	S		S			S		S			S											
Japan	JPY	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S		S			S					S	S	S				
Malezija	MYR	S	S	S	S	S		S			S		S			S					S						
Meksiko	MXN	S	S	S	S	S		S			S					S					S						
Novi Zeland	NZD	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S		S			S					S						
Singapur	SGD	S	S	S	S	S		S			S		S			S					S						
JAR	ZAR	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S		S			S											
Južna Koreja	KRW	S	S	S	S	S		S			S		S			S					S						
Tajland	THB	S	S	S	S	S		S			S		S			S											
Turska	TYR	S	S	S	S	S		S			S																
SAD	USD	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S			S					S	S	S		S		S

Tablica 3: Zemlje i valute izvan EEA s DLT tržištem stopa razmjene

2.4 Valute bez financijskih instrumenata s DLT tržišta

Ukoliko ne postoje pouzdane informacije s financijskih tržišta po kojima bi se mogla primijeniti metodologija za DLT procjenu, društva za osiguranje te relevantna nacionalna nadležna tijela trebaju zajednički doći do zaključka na koji način će dobiti potrebne tehničke informacije. Tada postoji mogućnost korištenja osnovne vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa s tržišta koja su dovoljno slična ili međusobno povezana, pod uvjetom da se bilo kakva prilagodba referentne vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa učini na prudencijalan i objektivan način te da je kompatibilna s propisanom metodologijom.

2.5 Ažuriranje DLT procjene

DLT procjena se provodi jednom godišnje. Ukoliko postoje indikacije da se dubina, likvidnost ili transparentnost financijskih tržišta značajno promijenila, EIOPA može provesti DLT procjenu za relevantne valute i češće. Ako nova DLT procjena rezultira promjenama, iste će se primijeniti nakon perioda upozorenja koji može trajati i do tri mjeseca, a trajanje će ovisiti o hitnosti promjena i materijalnosti njihovog utjecaja. Tamo gdje je to primjenjivo, EIOPA će izbjegavati implementaciju promjena na kraju tromjesečja.

3 Prilagodbe kamatnih stopa

3.1 Prilagodba za kreditni rizik

Članak 44. stavak 1. Delegirane uredbe 2015/35/EU navodi kako se osnovne bezrizične kamatne stope za svaku valutu dobivaju na temelju stopa razmjene kamatnih stopa ili na temelju kamatnih stopa državnih obveznica za tu valutu, uzevši u obzir prilagodbu za kreditni rizik (engl. *Credit Risk Adjustment – CRA*), odnosno prilagodbu za rizik da će druga ugovorna strana propasti ("otići u *default*").

Prilagodba za kreditni rizik podrazumijeva paralelni pomak kamatnih stopa (stopa razmjene ili stopa državnih obveznica) prema dolje, za sve valute i za sva dospijeća do posljednje likvidne točke, nakon koje se preostale bezrizične kamatne stope ekstrapoliraju. U nekim slučajevima primjena prilagodbe za kreditni rizik može rezultirati negativnim kamatnim stopama (s obzirom da ne postoji donja granica prilagođenih stopa).

Izračun prilagodbe za kreditni rizik detaljnije je propisan člankom 45. Delegirane uredbe 2015/35/EU. U skladu s navedenim člankom, prilagodba za kreditni rizik određuje se na transparentan, razborit, pouzdan i objektivan način koji je dosljedan tijekom vremena.

Navedenim je člankom propisano i da se prilagodba za kreditni rizik utvrđuje na temelju razlike između promjenjive stope stopa razmjene (engl. *floating rate of interest rate swaps*) i prekonoćne indeksirane stope razmjene (engl. *Overnight Index Swap rate - OIS*[3]) koje su istog dospijeća, ako su obje stope dostupne na dubokim, likvidnim i transparentnim financijskim tržištima. Izračun prilagodbe temelji se na 50 posto prosječne razlike navedenih stopa u razdoblju od jedne godine[4], a prilagodba ne može biti manja od 10 baznih bodova niti veća od 35 baznih bodova (1 bazni bod jednak je 0.01%). S obzirom da se izračun prilagodbe za kreditni rizik temelji na po-

[3]Za referentne datume nakon 31. svibnja 2015., prekonoćne indeksirane stope razmjene za europske valute temelje se na londonskom tržištu valuta (CMPL), za američke valute na njujorškom tržištu valuta (CMPN) te za azijske i australske valute na tokijskom tržištu valuta (CMPT). Za ranije datume sve prekonoćne indeksirane stope razmjene temelje se na njujorškom tržištu valuta, neovisno o njihovoj valuti.

[4]Izračun jednogodišnjeg prosjeka iz članka 45. Delegirane uredbe 2015/35/EU temelji se na dnevnim podacima u proteklih 12 mjeseci, a sam prosjek je jednostavan prosjek s istim težinskim faktorima za sve podatke.

dacima koji nisu dostupni za hrvatsko tržište, za kunske bezrizične kamatne stope primjenjuje se prilagodba za kreditni rizik koja se koristi za eursku krivulju, a koja trenutno iznosi 10 baznih bodova.

Recital 20. Delegirane uredbe 2015/35/EU navodi kako, da bi se uskladilo određivanje prilagodbe sa standardnom tržišnom praksom i u skladu s tržišnim uvjetima sličnima onima na dan donošenja Direktive 2014/51/EU, tržišne stope trebale bi odgovarati međubankovnim ponuđenim stopama (engl. *interbank offered rates*) za rok dospijeća od tri mjeseca. Navedeni rok dospijeća vrijedi za određene valute kao što su euro (što se u konačnici primjenjuje i na kune) i švedska kruna, dok se za druge valute uzimaju drugi rokovi dospijeća (npr. za švicarski franak se uzima rok dospijeća od šest mjeseci).

Ukoliko podaci o međubankovnim ponuđenim stopama ili prekonoćnim indeksiranim stopama razmjene nedostaju, isti se nadopunjuju linearnom interpolacijom i ekstrapolacijom. Ako za više od 20% poslovnih dana tijekom posljednje godine nedostaju podaci za obje navedene stope, smatra se da DLT zahtjevi nisu zadovoljeni te se za izračun prilagodbe za kreditni rizik koristi druga metoda opisana u EIOPA-inom dokumentu [2]. Ova se metoda također koristi ukoliko se prilagodba za kreditni rizik računa za valute koje ne pripadaju Europskom gospodarskom prostoru.

Neovisno o korištenoj metodi, prilagodba za kreditni rizik ne može biti manja od 10 baznih bodova niti veća od 35 baznih bodova.

3.2 Prilagodba za tečajni rizik

Kao osnovna vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa za valute vezane uz euro može se upotrebljavati vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa za euro prilagođena za tečajni rizik. Navedeno se odnosi na dansku krunu i bugarski lev, s obzirom da su za navedene valute ispunjeni zahtjevi propisani člankom 48. Delegirane uredbe 2015/35/EU.

U skladu s člankom 48. stavkom 2. Delegirane uredbe 2015/35/EU, prilagodba za tečajni rizik treba odgovarati trošku osiguranja od rizika da će vrijednost investicije, denominirane u eurima, u vezanoj valuti pasti zbog promjena u visini tečajnih razlika između eura i vezane valute.

Prilagodba za tečajni rizik primjenjuje se na isti način kao prilagodba za kreditni rizik, kao paralelni pomak kamatnih stopa (stopa razmjene ili stopa državnih obveznica) prema dolje, iz kojih se ekstrapolacijom dobiva vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa, pri čemu se prilagodbe međusobno ne isključuju. Navedeno može rezultirati negativnim kamatnim stopama s obzirom da ne postoji donja ograda prilagođenih kamatnih stopa, a sama prilagodba trenutno iznosi 1 bazni bod za dansku krunu te 5 baznih bodova za bugarski lev.

EIOPA redovito nadzire trenutne prilagodbe za tečajni rizik za ranije navedene dvije valute te će ih po potrebi ažurirati.

4 Vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa

4.1 Osnovni pojmovi o kamatnim stopama

Neka je r kamatna stopa s godišnjim ukamaćivanjem. Tada je $\delta = \ln(1+r)$ pripadna kamatna stopa s neprekidnim ukamaćivanjem, odnosno kamatni intenzitet, te vrijedi $\delta = const$. Sadašnja vrijednost iznosa 1 koji dospijeva nakon v godina je jednaka

$$p(v) = \frac{1}{(1+r)^v}. \tag{1}$$

odnosno

$$p(v) = e^{-v\delta}. \tag{2}$$

S obzirom da kamatne stope često ovise o vremenu dospijeća v, definiramo kamatni intenzitet kao funkciju koja ovisi o v, tj. $\delta = \delta(v)$. Radi jednostavnosti uvodimo oznaku $\delta(v) = y(v)$. Tada je funkcija sadašnje vrijednosti iznosa 1 s dospijećem od v godina jednaka:

$$p(v) = e^{-vy(v)} \tag{3}$$

iz čega slijedi formula za funkciju intenziteta prinosa:

$$y(v) = -\frac{\ln(p(v))}{v}. \tag{4}$$

Treća značajna formula odnosi se na funkciju intenziteta *forwarda*, kojom se određuje *forward* kamatna stopa za vrijeme dospijeća v:

$$f(v) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\ln(p(v)) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}(vy(v)) = -\frac{p'(v)}{p(v)} \tag{5}$$

Za funkciju intenziteta *forwarda* također vrijedi

$$f(v) = y(v) + vy'(v)$$

te je stoga

$$y(0) = f(0) \tag{6}$$

što predstavlja trenutni kamatni intenzitet, odnosno kamatni intenzitet u trenutku $v = 0$.

4.2 Veza između *spot* i *forward* kamatnih stopa

Osnovna vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa koju svaki mjesec objavljuje EIOPA podrazumijeva trenutne kamatne stope (engl. *spot rates*), međutim jedan od glavnih podataka korištenih pri ekstrapolaciji kamatnih stopa je krajnja terminska stopa, odnosno krajnja buduća kamatna stopa (engl. *forward rate*). Dok *spot* kamatne stope određuju trenutnu cijenu nekog financijskog instrumenta te reflektiraju ponudu i potražnju za tim instrumentom u sadašnjosti (te se stoga mogu u kratkom vremenu značajno promijeniti), *forward* kamatne stope označavaju prinos financijskog instrumenta kojeg promatramo u sadašnjosti, no koji će važiti u nekom vremenskom intervalu u budućnosti. Navedene kamatne stope međusobno su povezane (*spot* kamatne stope impliciraju *forward* kamatne stope), a njihov odnos prikazan je u nastavku.

Kod godišnjeg ukamaćivanja vrijedi:

$$\begin{aligned}
(1+R_t)^t &= (1+R_{t-1})^{t-1} \cdot (1+FR_{(t-1,t)}) \\
&= (1+R_{t-2})^{t-2} \cdot (1+FR_{(t-2,t-1)}) \cdot (1+FR_{(t-1,t)}) \\
&\dots \\
&= (1+FR_{(0,1)}) \cdot (1+FR_{(1,2)}) \cdot \dots \cdot (1+FR_{(t-2,t-1)}) \\
&\qquad \cdot (1+FR_{(t-1,t)})
\end{aligned}$$

gdje R_t i R_{t-i} označavaju redom *spot* kamatne stope za dospijeća t i $t-i$, za $i = 1, 2, ..., t$, dok $FR_{(i,i+1)}$ označava godišnju *forward* kamatnu stopu za vremenski interval od završetka godine i do završetka godine $i+1$, za $i = 0, 1, 2, ..., t$. Općenito vrijedi

$$(1+R_t)^t = (1+R_s)^s \cdot (1+FR_{(t-s,t)})^{t-s} \tag{7}$$

iz čega slijedi formula za *forward* kamatnu stopu:

$$FR_{(t-s,t)} = \left(\frac{(1+R_t)^t}{(1+R_s)^s} \right)^{\frac{1}{t-s}} - 1 \tag{8}$$

Ukoliko umjesto *spot* kamatnih stopa R_t i R_s uvrstimo odgovarajuće diskontne faktore $p(t)$ i $p(s)$, gornja formula se može zapisati kao

$$FR_{(t-s,t)} = \left(\frac{p(s)}{p(t)} \right)^{\frac{1}{t-s}} - 1. \tag{9}$$

Kao što je navedeno u prethodnoj točki, veza između kamatne stope s godišnjim ukamaćivanjem (oznaka R_t) te kamatne stope s neprekidnim ukamaćivanjem, odnosno kamatnog intenziteta (oznaka $\tilde{R}_t$), dana je s

$$\tilde{R}_t = \ln(1 + R_t).$$

Stoga kod neprekidnog ukamaćivanja vrijedi:

$$\begin{aligned}
e^{t \cdot \tilde{R}_t} &= e^{(t-1)\cdot \tilde{R}_{t-1}} \cdot e^{F\tilde{R}_{(t-1,t)}} \\
&= e^{(t-2)\cdot \tilde{R}_{t-2}} \cdot e^{F\tilde{R}_{(t-2,t-1)}} \cdot e^{F\tilde{R}_{(t-1,t)}} \\
&\dots \\
&= e^{F\tilde{R}_{(0,1)}} \cdot e^{F\tilde{R}_{(1,2)}} \cdot \dots \cdot e^{F\tilde{R}_{(t-2,t-1)}} \cdot e^{F\tilde{R}_{(t-1,t)}}
\end{aligned}$$

gdje $\tilde{R}_t$ i $\tilde{R}_{t-i}$ označavaju redom *spot* kamatne stope s neprekidnim ukamaćivanjem za dospijeća t i $t-i$, za $i = 1, 2, ..., t$, dok $F\tilde{R}_{(i,i+1)}$ označava neprekidnu *forward* kamatnu stopu za vremenski interval od završetka godine i do završetka godine $i+1$, za $i = 0, 1, 2, ..., t$. Slijedi općenita formula

$$e^{t \cdot \tilde{R}_t} = e^{s \cdot \tilde{R}_s} \cdot e^{(t-s)F\tilde{R}_{(t-s,t)}} \tag{10}$$

iz čega slijedi formula za *forward* kamatne stope s neprekidnim ukamaćivanjem

$$F\tilde{R}_{(t-s,t)} = \frac{t\tilde{R}_t - s\tilde{R}_s}{t-s} \tag{11}$$

dok se uvrštavanjem diskontnih faktora $p(t)$ i $p(s)$ dobije

$$F\tilde{R}_{(t-s,t)} = -\frac{\ln p(t) - \ln p(s)}{t-s}. \tag{12}$$

Ukoliko promatramo *forward* kamatne stope u vrlo kratkom vremenskom intervalu, odnosno u vremenu s, dolazimo do intenziteta *forward* kamatnih stopa:

$$f(s) = \lim_{t\to s} F\tilde{R}_{(t-s,t)} = -\lim_{t\to s} \frac{\ln p(t) - \ln p(s)}{t-s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} \ln(p(s)) \tag{13}$$

čime se dolazi do ranije definirane funkcije intenziteta *forwarda* (5).

S obzirom da *forward* kamatne stope bolje predočavaju dugoročna tržišna očekivanja, pretpostavka Smith-Wilsonove metode je da će *forward* kamatne stope konvergirati prema krajnjoj *forward* kamatnoj stopi, odnosno prema krajnjoj terminskoj stopi, uz određenu brzinu konvergencije.

4.3 Posljednja likvidna točka

Recital 21. Delegirane uredbe 2015/35/EU propisuje kriterij[5] po kojemu se određuje posljednja likvidna točka (engl. *Last Liquid Point - LLP*) za euro, a koja trenutno iznosi 20 godina. Za sve ostale valute, uključujući i kunu, posljednja likvidna točka odabire se na temelju rezultata DLT procjene, a uzima se kao najdulje dospijeće financijskih instrumenata kojima se trguje na DLT tržištima. Tablica u nastavku, prema [2], prikazuje zadnje važeće točke likvidnosti po valutama.

Valute europskog gospodarskog prostora			Ostale svjetske valute		
Oznaka valute	Valuta	LLP	Oznaka valute	Valuta	LLP
EUR	Euro	20	AUD	Australski dolar	30
BGN	Bugarski lev	20	BRL	Brazilski real	10
CHF	Švicarski franak	25	CAD	Kanadski dolar	30
CZK	Češka kruna	15	CLP	Čileanski peso	10
DKK	Danska kruna	20	CNY	Kineski renminbi	10
GBP	Britanska funta	50	COP	Kolumbijski peso	10
HRK	Hrvatska kuna	9	HKD	Honkonški dolar	15
HUF	Mađarska forinta	15	INR	Indijska rupija	10
ISK	Islandska kruna	8	JPY	Japanski jen	30
NOK	Norveška kruna	10	KRW	Južnokorejski von	20
PLN	Poljski zlot	10	MYR	Malezijski ringit	20
RON	Rumunjski lej	10	MXN	Meksički peso	20
SEK	Švedska kruna	10	NZD	Novozelandski dolar	20
			RUB	Ruski rubalj	10
			SGD	Singapurski dolar	20
			THB	Tajlandski baht	15
			TRY	Turska lira	10
			TWD	Novotajvanski dolar	10
			USD	Američki dolar	50
			ZAR	Južnoafrički rand	15

Tablica 4: Posljednje likvidne točke po valutama

[5]Pod tržišnim uvjetima koji su slični onima na dan donošenja Direktive 2014/51/EU, pri određivanju krajnjeg roka dospijeća od kojeg tržišta za obveznice nisu više duboka, likvidna i transparentna u skladu s člankom 77.a Direktive 2009/138/EZ, tržište za obveznice koje se izražavaju u eurima ne bi trebalo smatrati dubokim i likvidnim ako kumulativni opseg obveznica s dospijećima većima od krajnjeg roka dospijeća ili jednakima njemu iznosi manje od šest posto opsega svih obveznica na tom tržištu.

4.4 Krajnja terminska stopa

Krajnja terminska stopa (engl. *Ultimate Forward Rate - UFR*) definira se kao suma očekivane dugoročne inflacije te očekivane dugoročne realne kamatne stope, a iznosi jednako za euro i kunu.

Metodologija za ekstrapolaciju podrazumijeva da će kamatne stope konvergirati krajnjoj terminskoj stopi uz određenu brzinu konvergencije. Članak 47. Delegirane uredbe 2015/35/EU navodi kako krajnja terminska stopa treba biti stabilna tijekom vremena za svaku valutu te da se treba mijenjati ukoliko dođe do promjena u dugoročnim očekivanjima. Metodologiju dobivanja krajnje terminske stope propisala je EIOPA u dokumentu [3], a krajnja terminska stopa određuje se na transparentan, razborit, pouzdan i objektivan način dosljedan tijekom vremena.

Prema metodologiji, očekivana dugoročna realna kamatna stopa jednaka je za sve valute, a računa se kao prosjek godišnjih realnih kamatnih stopa od 1961. do godine koja prethodi godini u kojoj se provodi izračun krajnje terminske stope. Formulom se isto može zapisati kao:

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} r_{1960+i} \tag{14}$$

gdje je

- R - očekivana dugoročna realna kamatna stopa,
- n - broj godina od kraja 1960.,
- r_i - godišnja realna kamatna stopa za godinu $1960 + i$.

Godišnja realna kamatna stopa dobiva se kao aritmetička sredina godišnjih realnih kamatnih stopa za Belgiju, Njemačku, Francusku, Italiju, Nizozemsku, Ujedinjeno Kraljevstvo i Sjedinjene Američke Države. Za svaku godinu te za svaku navedenu zemlju godišnja realna kamatna stopa računa se prema formuli:

$$\text{realna KS} = \frac{\text{kratkoročna nominalna KS - stopa inflacije}}{1 + \text{stopa inflacije}}. \tag{15}$$

Kratkoročna nominalna kamatna stopa dostupna je u AMECO bazi podataka Europske Komisije[6], dok se stope inflacije mogu naći u bazi podataka Organizacije za ekonomsku suradnju i razvoj - OECD-a[7].

Za razliku od očekivane dugoročne realne kamatne stope, očekivana inflacija razlikuje se po valutama, a ovisi o ciljanim inflacijama koje određuju i objavljuju centralne banke.

EIOPA računa krajnju terminsku stopu jednom godišnje te je ažurira ukoliko rezultati godišnjeg izračuna značajno odstupaju od trenutno važeće krajnje terminske stope. Također, kako bi se izbjegle velike promjene krajnje terminske stope svake godine, promjena iste ograničena je na +/-15 postotnih bodova. Uvođenjem Solventnosti II pa sve do kraja 2017. krajnja terminska stopa za euro (te ujedno i za kunu) iznosila je 4,20%. Otada su se provela tri godišnja izračuna te je izračunata krajnja terminska stopa za 2018. iznosila 3,65%, a za 2019. 3,60%. S obzirom na ograničenje od +/-15 postotnih bodova, krajnja terminska stopa za 2018. iznosila je 4,05%, a za 2019. 3,90%, što je detaljnije opisano u [4].

Tijekom 2019. je proveden zadnji izračun krajnje terminske stope koji će se primjenjivati u 2020. godini. Prema [5], samim izračunom je dobivena krajnja terminska stopa od 3,55%, no s obzirom na ograničenje od +/-15 postotnih bodova, ista će za euro i kunu u 2020. iznositi 3,75%. Do navedenih smanjenja dolazi zbog promjene u očekivanim dugoročnim realnim kamatnim stopama, dok je očekivana inflacija stabilna i iznosi 2% za euro odnosno kunu.

4.5 Točka i period konvergencije

Nakon što se odrede posljednja likvidna točka i krajnja terminska stopa, potrebno je definirati tzv. period konvergencije i točku konvergencije. Recital 30. Direktive 2014/51/EU navodi da bi, za slučaj eura, početna točka ekstrapolacije vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa trebala biti s dospijećem od 20 godina, a da bi ekstrapolirani dio trebao konvergirati prema krajnjoj terminskoj stopi tako da se za dospijeća od 40 godina nakon početne točke ekstrapolacije ekstrapolirane *forward* kamatne stope ne razlikuju više od tri bazna boda od krajnje terminske stope. Navedenih 40 godina nakon

[6] `https://ec.europa.eu/economy_finance/ameco/user/serie/SelectSerie.cfm`
[7] `https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=MEI_PRICES`

posljednje likvidne točke predstavlja period konvergencije, iz čega proizlazi da je točka konvergencije za euro jednaka 60 godina (dobiveno kao suma posljednje likvidne točke i perioda konvergencije za euro). Za valute koje nisu euro, recital 30. Direktive 2014/51/EU navodi kako bi prilikom određivanja početne točke ekstrapolacije bezrizičnih kamatnih stopa i primjerenog razdoblja konvergencije prema krajnjoj terminskoj stopi trebalo uzeti u obzir obilježja lokalnih tržišta obveznica i tržišta stopa razmjene. Općenito, točka konvergencije T računa se prema formuli:

$$T = \max(LLP + 40; 60), \tag{16}$$

dok je period konvergencije jednak:

$$S = \max(40; 60 - LLP). \tag{17}$$

Iz ovoga proizlazi da je za kunu $T = 60$ i $S = 51$, s obzirom da je kunska posljednja likvidna točka 9 godina.

4.6 Brzina konvergencije

Brzina konvergencije podrazumijeva brzinu kojom ekstrapolirane *forward* kamatne stope konvergiraju prema krajnjoj terminskoj stopi, a ovisi o kamatnim stopama u likvidnom dijelu krivulje te o parametru α. U skladu s propisanom metodologijom [2], parametar α postavlja se na najnižu vrijednost uz koju se može dobiti vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa koja, uz definiranu toleranciju τ, dostiže krajnju terminsku stopu. Za toleranciju τ se uzima 1 bazni bod (odnosno 0.01%), dok je donja granica za parametar α postavljena na 0.05.

Što je parametar α veći, ekstrapolirane *forward* kamatne stope konvergiraju brže prema krajnjoj terminskoj stopi, odnosno kamatne stope dostupne s tržišta koje su u likvidnom dijelu krivulje imaju manji utjecaj na iznos ekstrapoliranih kamatnih stopa.

Kriterije za brzinu konvergencije procjenjuje EIOPA, pri čemu se za parametar α uzima preciznost od šest decimalnih mjesta. Metoda za izračun parametra α dostupna je na EIOPA-inim web stranicama u *Excel* dokumentu „Smith-Wilson Risk-free Interest Rate Extrapolation“[8].

[8] `https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/Smith-Wilson%20Risk-Free%20Interest%20Rate%20Extrapolation%20Tool%20v1.2.xlsb`

4.7 Interpolacija i ekstrapolacija bezrizičnih kamatnih stopa

Članak 46. stavak 1. Delegirane uredbe 2015/35/EU navodi kako su načela koja se primjenjuju pri ekstrapolaciji vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa ista za sve valute, a ista se primjenjuju i prilikom utvrđivanja najduljih dospijeća za koja se kamatne stope mogu promatrati na dubokom, likvidnom i transparentnom tržištu te prilikom osiguravanja da kamatne stope konvergiraju prema krajnjoj terminskoj stopi.

Osnovna vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa se za svaku valutu dobiva temeljem bezrizičnih kamatnih stopa iz konačnog skupa dospijeća. Interpolacija između navedenih dospijeća, koja se provodi ukoliko ne postoje bezrizične kamatne stope za pojedina dospijeća, te ekstrapolacija nakon posljednje likvidne točke provode se Smith-Wilsonovom metodom.

Kao ulazni parametri koriste se krajnja terminska stopa i parametar α kojim se kontrolira brzina konvergencije. Za primjenu Smith-Wilsonove metode potrebna je matrica novčanih tokova dobivena iz podataka o kamatnim stopama s tržišta. Također, Smith-Wilsonova metoda osigurava da vrijednosti funkcije sadašnje vrijednosti bezrizičnih kamatnih stopa točno odgovaraju empirijskim podacima za dostupna dospijeća, a na kojima se temeljio izračun.

Ukoliko su referentni financijski instrumenti stope razmjene kamatnih stopa, tržišne kamatne stope koje se koriste za dobivanje bezrizičnih kamatnih stopa su nominalne vrijednosti stopa razmjene nakon umanjenja istih za prilagodbu za kreditni odnosno tečajni rizik. Ukoliko se bezrizične kamatne stope dobivaju na temelju državnih obveznica, kao referentni instrumenti koriste se bezkuponske stope tih obveznica umanjene za prilagodbu za kreditni odnosno tečajni rizik.

Kao što je ranije navedeno, dobivanje vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa temelji se na dospijećima financijskih instrumenata kojima se trguje na dubokim, likvidnim i transparetnim tržištima. Za slučaj da pojedine kamatne stope ne postoje za određeni dan, vremenska struktura se dobiva na temelju preostalih dostupnih kamatnih stopa, pod uvjetom da nedostaje najviše do 20% kamatnih stopa te da je dostupna kamatna stopa za posljednju likvidnu točku. Ukoliko ovi uvjeti nisu ispunjeni, koriste se tržišne informacije prethodnog trgovinskog dana. EIOPA jednom mjesečno objavljuje bezrizične *spot* kamatne stope za cjelobrojna dospijeća od 1 do 150 godina.

4.8 Smith-Wilsonova metoda

Smith-Wilsonova metoda, koja se temelji na [10], podrazumijeva dobivanje krivulje *spot* kamatnih stopa na način da se istu prilagođava tržišnim cijenama financijskih instrumenata, pri čemu se kao ulazni parametri koriste krajnja terminska stopa i parametar α kojim se kontrolira brzina konvergencije. Ova metoda, kao i mnoge druge metode za dobivanje vremenskih struktura kamatnih stopa, bazira se na procjeni funkcije sadašnje vrijednosti $p(t), t > 0$. Funkcija sadašnje vrijednosti definira se pomoću podataka o relevantnim financijskim instrumentima s tržišta, odnosno za definiranje iste potrebni su:

1. tržišne cijene financijskih instrumenata na datum vrednovanja,
2. datumi isplate novčanih tokova do datuma dospijeća,
3. iznos novčanih tokova na navedene datume.

Kako bi mogli definirati funkciju sadašnje vrijednosti potrebne su dodatne pretpostavke. Ovdje se često kreće od pretpostavke da funkcija sadašnje vrijednosti ima n parametara (po jedan za svaki dostupni relevantni financijski instrument). Procjena n parametara se najčešće provodi rješavanjem sustava linearnih jednadžbi. Pri tome se jednadžbe postavljaju na takav način da su za funkciju sadašnje vrijednosti $p(t), t > 0$, ispunjeni sljedeći zahtjevi:

- $p(0) = 1$,
- funkcija je pozitivna i strogo padajuća,
- funkcija prolazi kroz sve dane točke (podatke),
- funkcija je glatka do određenog stupnja,
- $\lim_{t\to\infty} p(t) = 0$.

Cilj Smith-Wilsonove metode je procijeniti funkciju sadašnje vrijednosti $p(t)$, $t > 0$, uz ranije navedene uvjete i relacije. Smith-Wilsonova metoda dodatno pretpostavlja da je funkcija sadašnje vrijednosti $p(t), t > 0$, jednaka zbroju člana e^{-UFRt}, koji osigurava asimptotski dugoročno ponašanje diskontnog faktora, te linearne kombinacije funkcija $K_i(t), i = 1, ..., n$, gdje je n broj promatranih financijskih instrumenata. Dugim riječima, na ovaj način je sadašnja tržišna vrijednost nekog financijskog instrumenta jednaka njegovoj sadašnjoj vrijednosti uz primjenu UFR-a, uz određenu korekciju. Funkcije $K_i(t)$ za varijable koriste podatke o financijskim instrumentima s tržišta, dok su parametri krajnja terminska stopa i ranije definirani parametar α.

Ako je dano n financijskih instrumenata, tada su poznate njihove tržišne vrijednosti te se može na temelju istih postaviti sustav od n linearnih jednadžbi. Uvrštavanjem rješenja sustava linearnih jednadžbi u Smith-Wilsonovu funkciju sadašnje vrijednosti $p(t)$, za bilo koji dani $t > 0$, dobije se diskontni faktor za dospijeće t. Iz diskontnih faktora se računaju kamatne stope te u konačnici proizlazi krivulja *spot* kamatnih stopa.

Ovisno o tome računamo li *spot* kamatne stope kao stope s neprekidnim ukamaćivanjem ($\tilde{R}_t$) ili kao stope s godišnjim ukamaćivanjem (R_t), za procjenu istih će se koristiti jedan od sljedeća dva izraza:

$$p(t) = e^{-t\tilde{R}_t},$$

$$p(t) = (1 + R_t)^{-t}.$$

Odnos između navedenih kamatnih stopa je $\tilde{R}_t = ln(1 + R_t)$.

4.8.1 Wilsonova funkcija

U prethodnoj točki su spomenute funkcije $K_i(t), i = 1, ..., n$ čija linearna kombinacija predstavlja tzv. korekciju funkcije sadašnje vrijednosti. U nastavku ćemo na temelju [10] definirati Wilsonovu funkciju $W(u, v)$ koja u Smith-Wilsonovoj metodi ima tu ulogu. Wilsonova funkcija je dana sljedećom formulom:

$$W(u, v) = e^{-\omega(u+v)}[\alpha \min(u, v) - e^{-\alpha \max(u,v)} \cdot \sinh(\alpha \min(u, v))]. \tag{18}$$

Ista se može zapisati kao

$$W(u, v) = e^{-\omega(u+v)} H(u, v) = e^{-\omega u} H(u, v) e^{-\omega v}, \tag{19}$$

gdje je $H(u,v)$ jezgra Wilsonove funkcije te vrijedi:

$$\begin{aligned}
H(u,v) &= \alpha \min(u,v) - e^{-\alpha \max(u,v)} \cdot \sinh(\alpha \min(u,v)) \\
&= \alpha \min(u,v) - e^{-\alpha \max(u,v)} \cdot \frac{1}{2}((e^{\alpha \min(u,v))} - e^{-\alpha \min(u,v))}) \\
&= \alpha \min(u,v) + \frac{e^{-\alpha(u+v)} - e^{-\alpha|u-v|}}{2} \\
&= \frac{\alpha(u+v) + e^{-\alpha(u+v)} - \alpha|u-v| - e^{-\alpha|u-v|}}{2}.
\end{aligned}$$

Parametar ω označava krajnji terminski intenzitet (krajnju terminsku stopu s neprekidnim ukamaćivanjem) i iznosi

$$\omega = \ln(1 + UFR),$$

dok je parametar α ranije definiran. Funkcija $H(u,v)$ i pripadne prve dvije derivacije su neprekidne. Deriviranjem po v dobije se:

$$\frac{dH(u,v)}{dv} = G(u,v) = \begin{cases} \alpha - \alpha e^{-\alpha u} \cosh(\alpha v), & v \leq u \\ \alpha e^{-\alpha v} \sinh(\alpha u), & u \leq v \end{cases} \tag{20}$$

Druga derivacija po v jednaka je:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2H(u,v)}{dv^2} &= -\alpha^2 \cdot e^{-\alpha max(u,v)} \cdot \sinh(\alpha \min(u,v)) \\
&= -\alpha^2 \cdot e^{-\alpha max(u,v)} \cdot \sinh(\alpha \min(u,v)) \pm \alpha^3 \cdot \min(u,v) \\
&= \alpha^2 H(u,v) - \alpha^3 \min(u,v).
\end{aligned}$$

Treća derivacija ima prekid u točki $v = u$.

4.8.2 Smith-Wilsonova metoda za obveznice s kuponima

Promotrimo slučaj kada se za ulazne podatke uzimaju obveznice s kuponima. Želimo procijeniti funkciju sadašnje vrijednosti te odgovarajuće *spot* kamatne stope za dospijeća za koja nemamo podatke. Ta dospijeća odnose se i na likvidni dio vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa za slučaj da nedostaju kamatne stope za pojedina dospijeća (interpolirani dio krivulje), i na dio krivulje za dospijeća nakon posljednje likvidne točke (ekstrapolirani dio krivulje). Pretpostavimo da imamo n financijskih instrumenata te da je m broj različitih datuma na koje se trebaju dogoditi plaćanja na temelju barem jednog navedenog financijskog instrumenta. Koriste se sljedeći podaci:

- Tržišna cijena p_i financijskog instumenta i na datum vrednovanja, za $i = 1, 2, ..., n$,
- Sva vremena $u_1, u_2, ..., u_m$ kad se događaju plaćanja na temelju financijskih instrumenata,
- Novčani tokovi $c_{i,1}, c_{i,2}, ..., c_{i,m}$ koji imaju dospijeća $u_1, u_2, ..., u_m$ za sve $i = 1, 2, ..., n$. Ukoliko nema isplate na datum $t = u_j$ za financijski instrument i, tada je $c_{i,j} = 0$.

Funkcija sadašnje vrijednosti koju predlažu Smith i Wilson, na temelju [1] i [10], dana je formulom:

$$p(v) = e^{-\omega v} + \sum_{i=1}^{n} \zeta_i \cdot (\sum_{j=1}^{m} c_{i,j} \cdot W(v, u_j)), \qquad t \geq 0, \tag{21}$$

gdje je $W(v, u_j)$ Wilsonova funkcija definirana s (18):

$$W(v, u_j) = e^{-\omega(v+u_j)} \cdot [\alpha \min(v, u_j) - e^{-\alpha \max(v,u_j)} \cdot \sinh(\alpha \min(v, u_j))]. \tag{22}$$

v je promatrano vrijeme do dospijeća, ω označava krajnji terminski intenzitet, α određuje brzinu konvergencije prema ω, dok su $\zeta_i, i = 1, 2, ..., n$ parametri korišteni za prilagodbu krivulje prema tržišnim cijenama. U skladu s [2] uvodimo pojmove i oznake u nastavku.

Definiramo matricu novčanih tokova $\mathbf{C}$:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

pri čemu je:

$$\mathbf{C}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nm} \end{bmatrix}$$

matricu $\mathbf{W}(\mathbf{v}, \mathbf{u})$ čije su komponente Wilsonove funkcije, uz zadana vremena u_i, vremena $v_i = i$ te za proizvoljni k:

$$\mathbf{W}(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} W(v_1, u_1) & W(v_1, u_2) & \cdots & W(v_1, u_m) \\ W(v_2, u_1) & W(v_2, u_2) & \cdots & W(v_2, u_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W(v_k, u_1) & W(v_k, u_2) & \cdots & W(v_k, u_m) \end{bmatrix}$$

te matricu $\mathbf{H}(\mathbf{v},\mathbf{u})$ čije su komponente ranije definirane jezgre Wilsonove funkcije, uz zadana vremena u_i, vremena $v_i = i$ te za proizvoljni k:

$$\mathbf{H}(\mathbf{v},\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} H(v_1,u_1) & H(v_1,u_2) & \cdots & H(v_1,u_m) \\ H(v_2,u_1) & H(v_2,u_2) & \cdots & H(v_2,u_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H(v_k,u_1) & H(v_k,u_2) & \cdots & H(v_k,u_m) \end{bmatrix}$$

Nadalje, definiramo vektor $\mathbf{b}$ čije su komponente nepoznati parametri ζ_i, $i = 1, 2, ..., n$:

$$\mathbf{b} = (\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_n)^{\mathrm{T}}$$

Kako bi za proizvoljno vrijeme v procijenili funkciju sadašnje vrijednosti $p(v)$ definiranu s

$$p(v) = e^{-\omega v} + \mathbf{W}(v,\mathbf{u})\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{b} = e^{-\omega v} + e^{-\omega v}\mathbf{H}(v,\mathbf{u})diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}, \qquad (23)$$

potrebno je odrediti vektor $\mathbf{b}$. Uvrstimo u jednadžbu (23) $v = \mathbf{u}$ kako bi za poznata dospijeća $u_1, u_2, ..., u_m$ izračunali vrijednosti funkcije sadašnje vrijednosti. Vrijedi:

$$p[\mathbf{u}] = e^{-\omega \mathbf{u}} + W(\mathbf{u},\mathbf{u})\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{b} = e^{-\omega \mathbf{u}} + diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{H}(\mathbf{u},\mathbf{u})diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}. \qquad (24)$$

Radi jednostavnijeg prikaza definiramo matricu $\mathbf{Q} = diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{C}^{\mathrm{T}}$ čijim transponiranjem dobijemo

$$\mathbf{Q}^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}\, diag(e^{-\omega \mathbf{u}}). \qquad (25)$$

Množenjem (24) s lijeva s matricom $\mathbf{C}$ slijedi:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}\, p[\mathbf{u}] &= \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}} + \mathbf{C}\, W(\mathbf{u},\mathbf{u})\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{b} \\ &= \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}} + \mathbf{C}\, diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{H}(\mathbf{u},\mathbf{u})diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{b} \\ &= \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}} + \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}(\mathbf{u},\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}. \end{aligned}$$

Razlog ovakvog prikaza s matricom $H(v,\mathbf{u})$ umjesto matrice $W(v,\mathbf{u})$ isključivo je pojednostavljenje daljnjeg izračuna, s obzirom da matrica $H(v,\mathbf{u})$ ovisi samo o parametru α, dok matrica $W(v,\mathbf{u})$ ovisi i o ω.

U ovom trenutku znamo tržišne cijene p_i obveznica $i, i = 1, 2, ..., n$, no ne znamo diskontne faktore odnosno cijene $p(u_i), i = 1, 2, ..., n$. Općenito, tržišna cijena financijskog instrumenta i može se izračunati ukoliko su poznati datumi isplata $u_1, u_2, ..., u_m$, svi novčani tokovi $c_{i,1}, c_{i,2}, ..., c_{i,m}$ na datume isplata $u_1, u_2, ..., u_m$ te diskontni faktori $p(u_j), j = 1, 2, ..., m$. Koristeći formulu u nastavku, novčani tokovi c_{ij} se množenjem s $p(u_j)$ diskontiraju na datum vrednovanja i sumiraju po svim datumima isplate te se na ovaj način dolazi do tržišne cijene financijskog instrumenta i:

$$p_i = \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \cdot p(u_j), \qquad i = 1, 2, ..., n. \tag{26}$$

Vektorski prikaz formule (26) dan je s

$$\mathbf{p} = \mathbf{C}\, p[\mathbf{u}] \tag{27}$$

S obzirom da su nam poznate tržišne cijene p_i, odnosno poznat nam je vektor $\mathbf{p}$, izjednačavanjem izraza (27) s jednadžbom

$$\mathbf{C}\, p[\mathbf{u}] = \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}} + \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}(\mathbf{u}, \mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}$$

dobije se

$$\mathbf{p} = \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}} + \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}(\mathbf{u}, \mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}. \tag{28}$$

iz čega se može izračunati vektor $\mathbf{b}$, pomoću kojega se aproksimira krivulja bezrizičnih kamatnih stopa:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}(\mathbf{u}, \mathbf{u})\mathbf{Q})^{-1}(\mathbf{p} - \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}}) = (\mathbf{C}\mathbf{W}(\mathbf{u}, \mathbf{u})\mathbf{C}^{\mathrm{T}})^{-1}(\mathbf{p} - \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}}). \tag{29}$$

Uvrštavanjem dobivenih parametara $\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_n$ u funkciju sadašnje vrijednosti (21) mogu se izračunati i cijene obveznica za sva dospijeća v za koja u početku nisu postojali podaci.

Zaključno, iz navedene funkcije sadašnje vrijednosti računaju se *spot* kamatne stope koristeći sljedeće formule:

- $\tilde{R}_t = \frac{1}{t} \cdot \ln(\frac{1}{p(t)})$ za neprekidno ukamaćivanje te
- $R_t = \frac{1}{p(t)}^{\frac{1}{t}} - 1$ za godišnje ukamaćivanje.

4.8.3 Smith-Wilsonova metoda za bezkuponske obveznice

Pretpostavimo da za referentne financijske instrumente imamo n bezkuponskih obveznica s dospijećima $u_1, u_2, ..., u_n$. Za razliku od slučaja s obveznicama s kuponima, gdje smo iz podataka o vremenima dospijeća i tržišnim cijenama računali diskontne faktore, ovdje će cijena i-te bezkuponske obveznice s dospijećem u_i biti jednaka diskontnom faktoru za to dospijeće. Ovisno o tome jesu li tržišne *spot* kamatne stope dane u neprekidnom obliku $\tilde{R}_{u_i}$ ili u obliku s godišnjim ukamaćivanjem R_{u_i}, cijene promatranih bezkuponskih obveznica s dospijećem u_i mogu se zapisati kao:

- $p_i = p(u_i) = e^{-u_i \cdot \tilde{R}_{u_i}}$ za neprekidno ukamaćivanje,
- $p_i = p(u_i) = (1 + R_{u_i})^{-u_i}$ za godišnje ukamaćivanje.

Računamo funkciju sadašnje vrijednosti za dospijeća za koja nemamo podatke. Ranije definirana Smith-Wilsonova funkcija cijena jednaka je:

$$p(v) = e^{-\omega v} + \sum_{j=1}^{n} \zeta_j \cdot W(v, u_j), \qquad v \geq 0, \tag{30}$$

a ista se u vektorskom obliku može zapisati kao

$$\begin{aligned} p(v) &= e^{-\omega v} + \mathbf{W}(v, \mathbf{u})\mathbf{b} && (31) \\ &= e^{-\omega v} + e^{-\omega v}\mathbf{H}(v, \mathbf{u}) diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{b} && (32) \\ &= e^{-\omega v}(\mathbf{1} + \mathbf{H}(v, \mathbf{u}) diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{b}). && (33) \end{aligned}$$

S obzirom da se radi o bezkuponskim obveznicama, matrica novčanih tokova $\mathbf{C}$ je jedinična matrica s elementima

$$c_{ij} = \begin{cases} 1\,, \; i = j, \\ 0\,, \; i \neq j. \end{cases}$$

Kao i u slučaju obveznica s kuponima, i ovdje je potrebno izračunati nepoznate parametre $\zeta_i, i = 1, 2, ..., n$, te ih uvrstiti u Smith-Wilsonovu funkciju sadašnje vrijednosti $p(v)$. S obzirom da za bezkuponske obveznice vrijedi $p_i = p(u_i)$ za svaku obveznicu $i = 1, ..., n$, te da su tržišne cijene p_i poznate, uvrštavanjem $v = \mathbf{u}$ dobije se:

$$\mathbf{p} = p[\mathbf{u}] = e^{-\omega \mathbf{u}} + e^{-\omega \mathbf{u}}\mathbf{H}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) diag(e^{-\omega \mathbf{u}})\mathbf{b} \tag{34}$$

Slijedi da se vektor $\mathbf{b}$ čiji su elementi nepoznati parametri $\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_n$ računa kao

$$\mathbf{b} = (e^{-\omega \mathbf{u}}\mathbf{H}(\mathbf{u},\mathbf{u})diag(e^{-\omega \mathbf{u}}))^{-1}(\mathbf{p} - e^{-\omega \mathbf{u}}), \tag{35}$$

odnosno

$$\mathbf{b} = (\mathbf{W}(\mathbf{u},\mathbf{u}))^{-1}(\mathbf{p} - e^{-\omega \mathbf{u}}). \tag{36}$$

Uvrštavanjem dobivenih parametara $\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_n$ u funkciju sadašnje vrijednosti $p(v), v > 0$, jednostavnim izračunom se mogu dobiti cijene bezkuponskih obveznica za sva dospijeća v za koja u početku nisu postojali podaci:

$$p(v) = e^{-\omega v} + \sum_{j=1}^{n} \zeta_j \cdot W(v, u_j), \qquad v > 0. \tag{37}$$

Zaključno, iz navedene funkcije sadašnje vrijednosti računaju se *spot* kamatne stope koristeći sljedeće formule:

- $\tilde{R}_t = \frac{1}{t} \cdot \ln(\frac{1}{P(t)})$ za neprekidno ukamaćivanje te
- $R_t = \frac{1}{P(t)}^{\frac{1}{t}} - 1$ za godišnje ukamaćivanje.

4.8.4 Smith-Wilsonove funkcije intenziteta prinosa i *forwarda*

Uvrštavanjem Smith-Wilsonove funkcije sadašnje vrijednosti (23) u formulu funkcije intenziteta prinosa (4) proizlazi Smith-Wilsonova funkcija intenziteta prinosa

$$\begin{aligned} y(v) &= \frac{-\ln p(v)}{v} \\ &= \frac{-\ln(e^{-\omega v}(1 + \mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}))}{v} \\ &= \frac{-\ln(e^{-\omega v}) - \ln(1 + \mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})}{v} \\ &= \omega - \frac{\ln(1 + \mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})}{v}. \end{aligned}$$

Smith-Wilsonova funkcija intenziteta *forwarda* dobije se uvršavanjem Smith-Wilsonove funkcije sadašnje vrijednosti (23) u formulu za funkciju intenziteta *forwarda* (5) te je jednaka

$$\begin{aligned} f(v) &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\ln p(v) \\ &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\ln(e^{-\omega v}(1+\mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})) \\ &= -\frac{[e^{-\omega v}(1+\mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})]'}{e^{-\omega v}(1+\mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})} \\ &= -\frac{-\omega e^{-\omega v}(1+\mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})+e^{-\omega v}(\mathbf{G}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})}{e^{-\omega v}(1+\mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b})} \\ &= \omega-\frac{\mathbf{G}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}}{1+\mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}}, \end{aligned}$$

gdje komponente vektora $\mathbf{G}(v,\mathbf{u})$ slijede iz (20). S obzirom da jezgra Wilsonove funkcije $H(u,v)$ ima neprekidnu drugu derivaciju, može se zaključiti da su Smith-Wilsonova funkcija sadašnje vrijednosti i funkcija intenziteta prinosa dovoljno glatke u čvorovima, odnosno u točkama $u_i, i=1,...,n$. Međutim, funkcija intenziteta *forwarda* nije toliko glatka s obzirom da nema neprekidnu drugu derivaciju u tim čvorovima.

4.8.5 Trenutni kamatni intenzitet

Trenutni kamatni intenzitet računa se kao intenzitet prinosa odnosno intenzitet *forwarda* u trenutku $v=0$. Ukoliko je $v \leq \min(\mathbf{u})$, iz definicije jezgre Wilsonove funkcije $H(u,v)$ slijedi:

$$H(u,v)=\alpha v-e^{-\alpha u}\sinh(\alpha v) \tag{38}$$

odnosno u matričnom obliku

$$\mathbf{H}(\mathbf{u},v)=\alpha v-\sinh(\alpha v)e^{-\alpha\mathbf{u}}. \tag{39}$$

Iz (20) proizlazi

$$G(u,v)=\alpha-\alpha e^{-\alpha u}\cosh(\alpha v) \tag{40}$$

što u matričnom obliku možemo zapisati

$$\mathbf{G}(\mathbf{u},v)=\alpha\mathbf{1}-\alpha\cosh(\alpha v)e^{-\alpha\mathbf{u}}. \tag{41}$$

Za slučaj da $v\downarrow 0$, iz prethodnih jednakosti slijedi

$$\mathbf{H}(\mathbf{u},0)=\mathbf{H}(0,\mathbf{u})^{\mathrm{T}}=0 \tag{42}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{u},0) = \mathbf{G}(0,\mathbf{u})^{\mathrm{T}} = \alpha\mathbf{1} - \alpha e^{-\alpha\mathbf{u}} \tag{43}$$

Promatramo Smith-Wilsonove funkcije intenziteta prinosa i intenziteta *forwarda* definirane u prethodnoj točki za slučaj da $v \downarrow 0$. Uz jednakost (6) vrijedi

$$\begin{aligned} y(0) = f(0) &= \omega - \frac{\mathbf{G}(0,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}}{1+\mathbf{H}(0,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}} && (44) \\ &= \omega - \alpha\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b} + \alpha[e^{-\alpha u}]^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b}. && (45) \end{aligned}$$

4.8.6 Konvergencija prema krajnjem terminskom intenzitetu

Neka je $U = \max(\mathbf{u})$ i $v \geq U$. Iz definicije jezgre Wilsonove funkcije $H(u,v)$ slijedi

$$H(u,v) = \alpha u - e^{-\alpha v}\sinh(\alpha u) \tag{46}$$

odnosno u matričnom obliku

$$\mathbf{H}(\mathbf{u},v) = \alpha\mathbf{u} - e^{-\alpha v}\sinh(\alpha\mathbf{u}). \tag{47}$$

Iz (20) proizlazi

$$G(u,v) = \alpha e^{-\alpha v}\sinh(\alpha u) \tag{48}$$

što u matričnom obliku možemo zapisati

$$\mathbf{G}(\mathbf{u},v) = \alpha e^{-\alpha v}\sinh(\alpha\mathbf{u}). \tag{49}$$

Stoga se za $v \geq U$ Smith-Wilsonova funkcija intenziteta *forwarda* definirana u poglavlju (4.8.4) može pisati kao

$$\begin{aligned} f(v) &= \omega - \frac{\mathbf{G}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}}{1+\mathbf{H}(v,\mathbf{u})\mathbf{Q}\mathbf{b}} && (50) \\ &= \omega - \frac{\alpha e^{-\alpha v}[\sinh(\alpha\mathbf{u})]^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b}}{1+(\alpha\mathbf{u} - e^{-\alpha v}[\sinh(\alpha\mathbf{u})]^{\mathrm{T}})\mathbf{Q}\mathbf{b}} && (51) \\ &= \omega - \frac{\alpha}{\frac{1+(\alpha\mathbf{u} - e^{-\alpha v}[\sinh(\alpha\mathbf{u})]^{\mathrm{T}})\mathbf{Q}\mathbf{b}}{e^{-\alpha v}[\sinh(\alpha\mathbf{u})]^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b}}} && (52) \\ &= \omega + \frac{\alpha}{1 - \frac{1+\alpha\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b}}{[\sinh(\alpha\mathbf{u})]^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b}}e^{\alpha v}} && (53) \\ &= \omega + \frac{\alpha}{1-\kappa e^{\alpha v}} && (54) \end{aligned}$$

gdje κ ovisi o α i o ω, ali ne i o v:

$$\kappa = \frac{1+\alpha\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b}}{[\sinh(\alpha\mathbf{u})]^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{b}}. \tag{55}$$

Ukoliko bi parametar α bio takav da vrijedi $\kappa = 0$, tada bi vrijedilo $f(v) = \omega + \alpha$ neovisno o vrijednosti v, pri čemu se krajnji intenzitet *forwarda* $f(\infty)$ ne bi približavao ω. Stoga se vrijednost α određuje na temelju zahtjeva za brzinu konvergencije, uz uvjet da vrijedi $\kappa \neq 0$. Ranije smo s (16) definirali točku konvergencije T. Promatramo udaljenost između ω i Smith-Wilsonove funkcije intenziteta *forwarda* u točki konvergencije T te stoga definiramo funkciju

$$g(\alpha) = |f(T) - \omega| = \frac{\alpha}{|1 - \kappa e^{\alpha T}|}. \tag{56}$$

Cilj je minimizirati α tako da vrijede sljedeći uvjeti:

1. $\alpha \geq a$ pri čemu je donja granica $a = 0.05$,

2. $g(\alpha) \leq \tau$.

Stoga, ukoliko iz $\alpha = a$ slijedi $g(\alpha) \leq \tau$, tada je $\alpha = a$ optimalno rješenje. Inače se traži $\alpha > a$ takav da je $g(\alpha) = \tau$. Kao što je navedeno u poglavlju (4.6), EIOPA određuje parametre α i τ, a trenutno su $\alpha = 0.05$ i $\tau = 1$ bazni bod.

4.9 Prilagodba vremenske strukture na kamatne stope relevantnih financijskih instrumenata

Pomoću Smith-Wilsonove metode vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa može se prilagoditi kamatnim stopama relevantnih financijskih instrumenata, na temelju kojih se bezrizične kamatne stope i računaju, odnosno koji udovoljavaju propisanim kriterijima i kojima se trguje na DLT tržištima.

Svaki skup financijskih instrumenata koji se koristi za dobivanje bezrizičnih kamatnih stopa definiran je sa sljedećim podacima:

- tržišne cijene n financijskih instrumenata na datum vrednovanja,
- datumi novčanih isplata (m različitih datuma za svaki financijski instrument) do dospijeća financijskog instrumenta,
- $n \times m$ matrica novčanih tokova financijskih instrumenata na te datume.

U nastavku je dan pregled navedenih podataka za slučaj da su financijski instrumenti bezkuponske obveznice, obveznice s kuponom te stope razmjene.

1. Bezkuponske obveznice
    - Vektor tržišnih cijena $\mathbf{p}$: Tržišne cijene n bezkuponskih obveznica dane u postotnom iznosu nominalne vrijednosti, na temelju kojih se računaju odgovarajuće *spot* kamatne stope.
    - Vektor datuma isplata $\mathbf{u}$: Datumi isplata su datumi dospijeća n bezkuponskih obveznica $(m = n)$
    - Matrica novčanih tokova $\mathbf{C}$: Jedinična $n \times n$ matrica
    $$c_{ij} = \begin{cases} 1\,, \; i = j, \\ 0\,, \; i \neq j, \end{cases}$$
2. Obveznice s kuponom
    - Vektor tržišnih cijena $\mathbf{p}$: Tržišne cijene n obveznica s kuponima dane u postotnom iznosu nominalne vrijednosti obveznice
    - Vektor datuma isplata $\mathbf{u}$: Datumi isplata su, uz datume dospijeća obveznica, i datumi isplate kupona
    - Matrica novčanih tokova $\mathbf{C}$: $n \times m$ matrica, ukoliko imamo m različitih datuma isplate i n obveznica s kuponom, definirana s
    $$c_{ij} = \begin{cases} r(i)/s & , \; i < t(j), \\ 1 + r(i)/s & , \; i = t(j), \\ 0 & , \; i > t(j), \end{cases}$$
    gdje je $r(i)$ vrijednost kupona obveznice i, s je frekvencija isplate, a $t(j)$ vrijeme dospijeća obveznice j,
3. Stope razmjene
    - Vektor tržišnih cijena $\mathbf{p}$: Tržišne cijene n nominalnih stopa razmjene uzimajući ih kao jedinične iznose
    - Vektor datuma isplata $\mathbf{u}$: Datumi isplata su, uz datume dospijeća, i datumi isplate stopa razmjene
    - Matrica novčanih tokova $\mathbf{C}$: $n \times m$ matrica s elementima:
    $$c_{ij} = \begin{cases} r(i)/s & , \; i < t(j), \\ 1 + r(i)/s & , \; i = t(j), \\ 0 & , \; i > t(j), \end{cases}$$
    gdje je $r(i)$ ugovorena stopa razmjene i, s je frekvencija isplate, a $t(j)$ vrijeme dospijeća ugovora j.

4.10 Prednosti i nedostaci Smith-Wilsonove metode

U usporedbi s drugim metodama za dobivanje vremenske strukture kamatnih stopa, prednosti Smith-Wilsonove metode su sljedeće:

- lako je dostupna svim zainteresiranim stranama,
- fleksibilna je prilikom odabira relevantnih financijskih instrumenata te je jednostavna za implementaciju,
- osigurava uklapanje procjenjene vremenske strukture na stvarne tržišne podatke, dok se kod većine ostalih metoda vremenska struktura svodi na izglađenu krivulju koja je relativno blizu tržišnih podataka,
- svodi se na rješavanje sustava linearnih jednadžbi, za razliku od drugih metoda gdje se koriste kompleksnije metode,
- primjenjuje se direktno na sirove podatke s financijskih tržišta, odnosno podatke nije potrebno dodatno prilagođavati,
- podrazumijeva uniformni pristup i kod interpolacije između likvidnih točaka i kod ekstrapolacije nakon posljednje likvidne točke. Kod većine ostalih metoda interpolacija i ekstrapolacija rade se odvojeno, na različitim principima te s različitim funkcijama za procjenu različitih dijelova krivulje. Različiti pristupi mogu dovesti do nekonzistentnosti između interpoliranog i ekstrapoliranog dijela krivulje, a ujedno i do nekonzistentnosti tijekom vremena na svakom od navedenih dijelova krivulje,
- krajnja terminska stopa se dostiže asimptotski. Brzina kojom ekstrapolirane *forward* kamatne stope konvergiraju prema krajnjoj terminskoj stopi će ovisiti o kamatnim stopama u likvidnom dijelu krivulje te o parametru α. Za veće vrijednosti α ekstrapolirane *forward* kamatne stope konvergiraju brže prema krajnjoj terminskoj stopi, odnosno tržišne kamatne stope u likvidnom dijelu krivulje imaju manji utjecaj na ekstrapolirane kamatne stope.

Neki od nedostataka Smith-Wilsonove metode su:

- Parametar α mora biti odabran izvan modela te bi mogao biti podložan stručnoj procjeni. Kako bi se za sve valute pod Solventnosti II primjenjivao isti princip, a radi izbjegavanja korištenja stručne procjene prilikom odabira iznosa parametra, EIOPA je odredila jedinstveni početni α od 0.05. Ukoliko ova vrijednost ne odgovara pojedinoj valuti, EIOPA će iterativno povećavati α dok, na temelju određenih kriterija, isti ne postane prikladan,

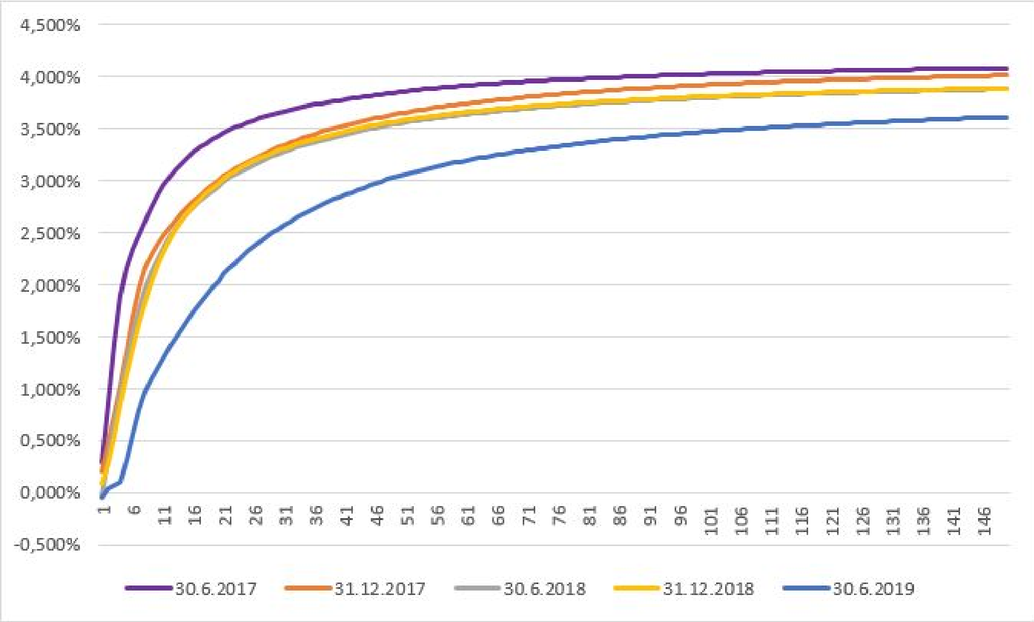
- u pojedinim slučajevima iz tržišnih podataka likvidnog dijela krivulje može proizaći funkcija $p(v)$ koja je padajuća,

- Nakon posljednje likvidne točke funkcija $p(v)$ može postati negativna. Ovo se može dogoditi ukoliko je posljednja *forward* kamatna stopa u likvidnom dijelu krivulje relativno visoka u odnosu na zbroj $\omega + \alpha$. Razne druge metode se često temelje na formulama za procjenu *spot* kamatnih stopa koje prema samoj definiciji ne mogu rezultirati negativnim diskontnim faktorima odnosno funkcijom $p(v)$. Ukoliko $p(v)$ postane negativan, za relevantne podatke s tržišta se mora odabrati prikladni viši parametar α, a cijeli ovaj proces izračuna uvelike ovisi o stručnoj procjeni.

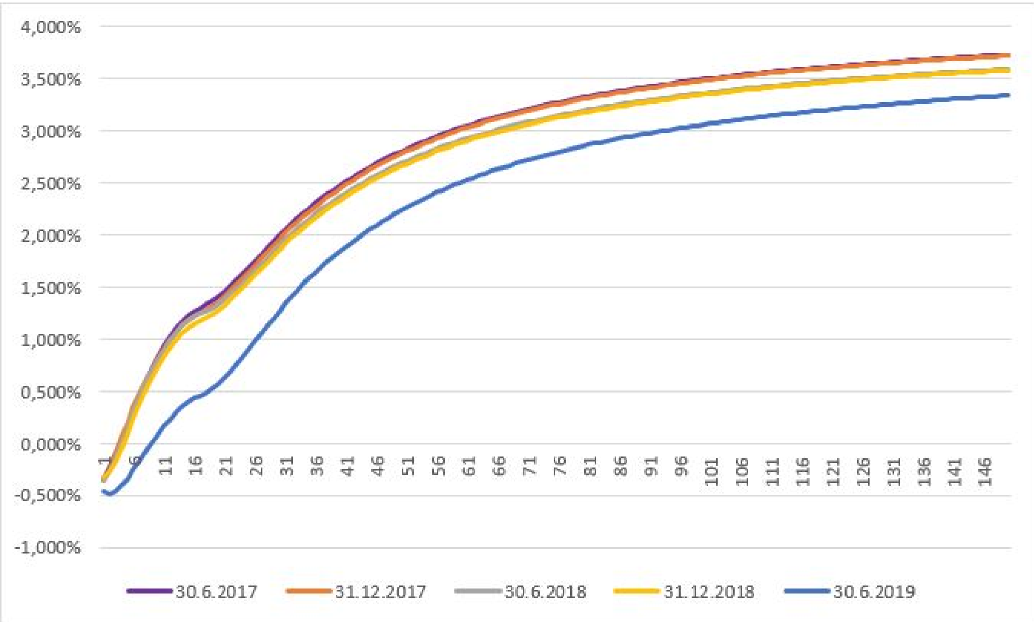
4.11 Kretanje krivulje bezrizičnih kamatnih stopa

U zadnjih nekoliko godina, s obzirom na generalni pad kamatnih stopa na cjelokupnom europskom tržištu, značajan je pad i bezrizičnih kamatnih stopa dobivenih na temelju stopa razmjene ili obveznica. U nastavku su, na temelju podataka preuzetih s EIOPA-ine web stranice[9], dani grafički prikazi kretanja krivulja bezrizičnih kamatnih stopa za kunu i euro na polugodišnjoj razini u zadnje dvije godine. Na x-osi su navedene godine dospijeća, dok su na y-osi označene bezrizične kamatne stope. Također, na svaki referentni datum naveden na slikama, na koji se provodio izračun tehničkih pričuva, koristila se pripadajuća krivulja bezrizičnih kamatnih stopa u odgovarajućoj valuti. Konkretnije, ukoliko društvo za osiguranje provodi izračun tehničkih pričuva na dan 30.6.2017., koristi krivulju koja je na slikama prikazana ljubičastom bojom. Kada bi društvo za osiguranje isti izračun provodilo na dan 30.6.2019., koristilo bi plavu krivulju. Stoga je društvo na 30.6.2017. za diskontiranje obveze u kunama u trajanju od npr. 30 godina koristilo kamatnu stopu od 3.651%, dok je na 30.6.2019. za isto trajanje obveza koristilo kamatnu stopu od 2.534%.

[9]`https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures`



Slika 3: Vremenska struktura bezrizičnih *spot* kamatnih stopa za kunu



Slika 4: Vremenska struktura bezrizičnih *spot* kamatnih stopa za euro

5 Primjer izračuna vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa na temelju obveznica s kuponima

Primjer se bazira na primjeru iz [1]. Relevantni financijski instrumenti su četiri državne obveznice s kuponima koji se isplaćuju jednom godišnje. Radi jednostavnosti pretpostavimo da je tržišna cijena svake državne obveznice 1. Imamo sljedeće podatke:

- vremena dospijeća obveznica (u godinama):

$$\mathbf{u}' = \ [1, 2, 3, 5]^{\mathrm{T}}$$

- vremena isplata novčanih tokova (u godinama):

$$\mathbf{u} = \ [1, 2, 3, 4, 5]^{\mathrm{T}}$$

- vrijednost kupona:

$$r(\mathbf{u}) = \ [-0.0005, 0.0004, 0.0009, 0.005]^{\mathrm{T}}$$

- tržišne cijene:

$$\mathbf{p} = \ [1, 1, 1, 1]^{\mathrm{T}}$$

- učestalost isplate novčanih tokova (frekvencija) - jednom godišnje:

$$s = 1$$

- parametri α i ω su redom:

$$\alpha = 0.1, \qquad \omega = \ln(1 + 0.0390) = 0.0383$$

Matrica $\mathbf{C}$ prikazuje sve novčane tokove četiri relevantne obveznice (novčani tok svake obveznice je jedan redak matrice) te vrijedi

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.9995 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0004 & 1.0004 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0009 & 0.0009 & 1.0009 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0050 & 0.0050 & 0.0050 & 0.0050 & 1.0050 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0.9995 & 0.0004 & 0.0009 & 0.0050 \\ 0.0000 & 1.0004 & 0.0009 & 0.0050 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0009 & 0.0050 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0050 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0050 \end{bmatrix}$$

Matrica $\mathbf{W}$, čiji su elementi Wilsonove funkcije $W(u, u)$ definirane s (18), uz $v = u$, jednaka je

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0.0087 & 0.0160 & 0.0221 & 0.0271 & 0.0312 \\ 0.0160 & 0.0302 & 0.0420 & 0.0517 & 0.0596 \\ 0.0221 & 0.0420 & 0.0591 & 0.0733 & 0.0849 \\ 0.0271 & 0.0517 & 0.0733 & 0.0918 & 0.1069 \\ 0.0312 & 0.0596 & 0.0849 & 0.1069 & 0.1255 \end{bmatrix}$$

Tada je matrica $\mathbf{CWC}^{\mathrm{T}}$ jednaka

$$\mathbf{CWC}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0.00867 & 0.01604 & 0.02217 & 0.03171 \\ 0.01604 & 0.03021 & 0.04210 & 0.06062 \\ 0.02217 & 0.04210 & 0.05937 & 0.08647 \\ 0.03171 & 0.06062 & 0.08647 & 0.12958 \end{bmatrix}$$

dok je pripadni inverz matrice $\mathbf{CWC}^{\mathrm{T}}$

$$(\mathbf{CWC}^{\mathrm{T}})^{-1} = \begin{bmatrix} 10588.3 & -10205.8 & 3684.1 & -274.7 \\ -10205.8 & 14373.6 & -8034.3 & 1134.2 \\ 3684.1 & -8034.3 & 6312.2 & -1355.0 \\ -274.7 & 1134.2 & -1355.0 & 448.5 \end{bmatrix}$$

Izrazom (29) definiran je vektor $\mathbf{b}$ te nam stoga za njegov izračun još nedostaje član $\mathbf{p} - \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}}$, pri čemu je $\mathbf{p}$ vektor promatranih tržišnih cijena četiri obveznice definiran s (27).

$$\mathbf{p} - \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.96198 \\ 0.92709 \\ 0.89407 \\ 0.84821 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.03802 \\ 0.07291 \\ 0.10593 \\ 0.15179 \end{bmatrix}$$

Iz navedenog proizlaze iznosi nepoznatih parametara $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ i ζ_4:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{CWC}^{\mathrm{T}})^{-1}(\mathbf{p} - \mathbf{C}\, e^{-\omega \mathbf{u}}) = \begin{bmatrix} 7.02144 \\ -18.97845 \\ 17.29584 \\ -3.20960 \end{bmatrix}$$

Dobivene parametre uvrštavamo u funkciju cijena (21), pri čemu za vrijeme v uzimamo ona dospijeća za koja u početku nisu postojali podaci.

S obzirom da u trenutnom primjeru nemamo podatke za dospijeće $v = 4$, funkcija cijena biti će jednaka $p(4) = 0.988951$, iz čega proizlaze *spot* kamatne stope:

- kod neprekidnog ukamaćivanja: $\tilde{R}_4 = \frac{1}{4} \cdot \ln(\frac{1}{p(4)}) = 0.2778\%$,
- kod godišnjeg ukamaćivanja: $R_4 = \frac{1}{p(4)}^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.2782\%$.

Forward kamatne stope računaju se na temelju dobivenih *spot* kamatnih stopa koristeći relacije iz poglavlja (4.2). Konkretno za dospijeće $v = 4$ *forward* kamatne stope jednake su:

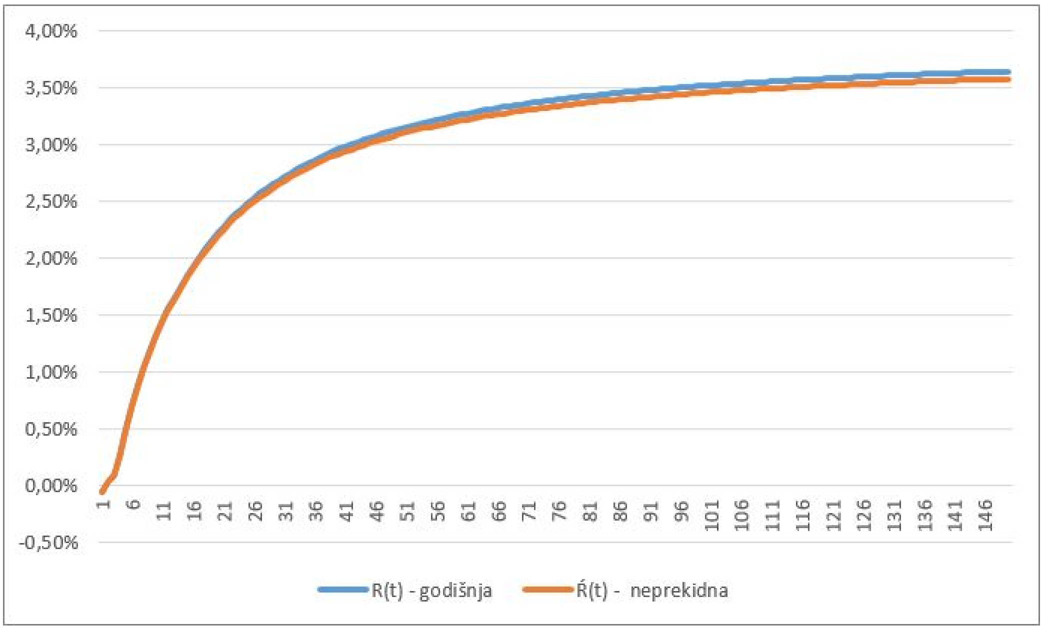
- kod neprekidnog ukamaćivanja: $F\tilde{R}_{(3,4)} = 4\tilde{R}_4 - 3\tilde{R}_3 = 0.8410\%$,
- kod godišnjeg ukamaćivanja: $FR_{(3,4)} = \frac{(1+R_4)^4}{(1+R_3)^3} - 1 = 0.8445\%$.

Istim principom računamo funkciju cijena za dospijeća $v > 5$ te na taj način dolazimo do konačne vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa.

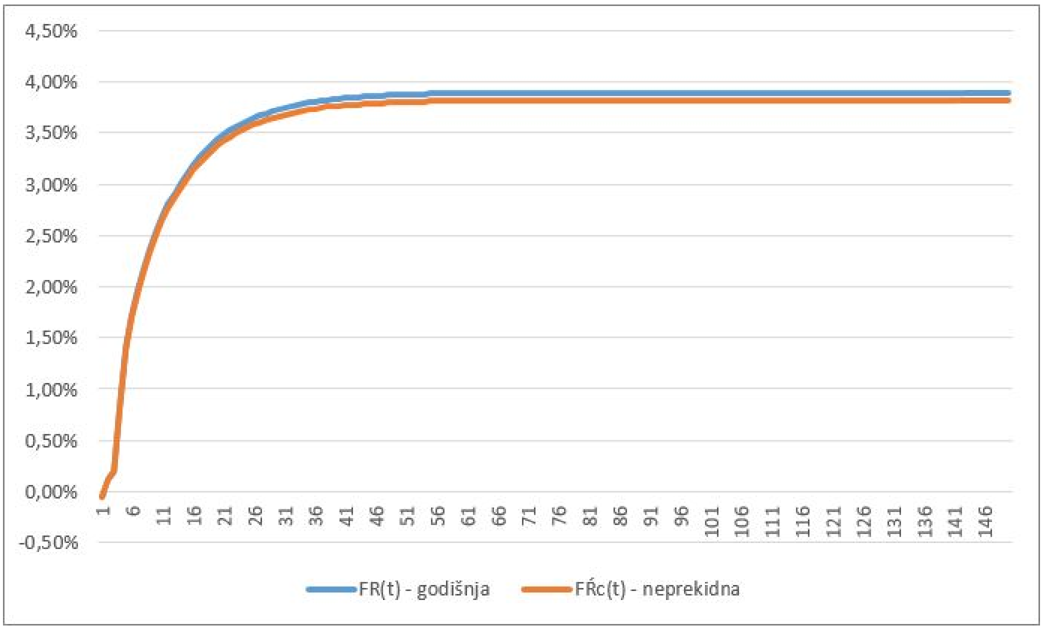
U nastavku su grafički i tablično prikazane dobivene krivulje. Na Slici 5. dana je krivulja *spot* kamatnih stopa, dok je na Slici 6. krivulja *forward* kamatnih stopa. Na obje slike je plavom bojom označena krivulja kamatnih stopa s godišnjim ukamaćivanjem, a narančastom bojom krivulja kamatnih stopa s neprekidnim ukamaćivanjem. Dodatno, Tablica 5. daje prikaz dobivenih *spot* i *forward* kamatnih stopa s različitim ukamaćivanjem:

- R_t i $\tilde{R}_t$ - *spot* kamatne stope s godišnjim odnosno neprekidnim ukamaćivanjem,
- $FR_{(t)}$ i $F\tilde{R}_{(t)}$ - *forward* kamatne stope s godišnjim odnosno neprekidnim ukamaćivanjem,

Vidljivo je da su obje *forward* kamatne stope do 35. godine dospijeća na -10 baznih bodova od krajnje terminske stope. Razlog ovakve "brze" konvergencije nije samo odabir $\alpha = 0.1$, već i što je najdulje dospijeće promatranog skupa obveznica 5 godina, odnosno konvergencija započinje već u šestoj godini pa tržišne cijene iz likvidnog dijela krivulje imaju mali utjecaj na ekstrapolirane kamatne stope.



Slika 5: Vremenska struktura bezrizičnih *spot* kamatnih stopa



Slika 6: Vremenska struktura bezrizičnih *forward* kamatnih stopa

v	R_t	$\tilde{R}_t$	$FR_{(t)}$	$F\tilde{R}_{(t)}$	v	R_t	$\tilde{R}_t$	$FR_{(t)}$	$F\tilde{R}_{(t)}$
1	-0,0500	-0,0500	-0,0500	-0,0500	37	2,8912	2,8502	3,8178	3,7467
2	0,0400	0,0400	0,1301	0,1300	38	2,9157	2,8740	3,8257	3,7543
3	0,0901	0,0900	0,1903	0,1901	39	2,9391	2,8967	3,8328	3,7612
4	0,2782	0,2778	0,8445	0,8410	40	2,9615	2,9185	3,8392	3,7674
5	0,5036	0,5024	1,4106	1,4008	41	2,9830	2,9393	3,8450	3,7730
6	0,7069	0,7044	1,7292	1,7144	42	3,0035	2,9593	3,8503	3,7780
7	0,8867	0,8828	1,9722	1,9530	43	3,0233	2,9785	3,8550	3,7826
8	1,0480	1,0425	2,1845	2,1610	44	3,0422	2,9968	3,8593	3,7867
9	1,1941	1,1870	2,3706	2,3429	45	3,0604	3,0145	3,8632	3,7905
10	1,3273	1,3186	2,5343	2,5027	46	3,0778	3,0314	3,8667	3,7938
11	1,4495	1,4391	2,6788	2,6436	47	3,0946	3,0477	3,8699	3,7969
12	1,5619	1,5498	2,8067	2,7680	48	3,1108	3,0634	3,8728	3,7997
13	1,6657	1,6520	2,9200	2,8782	49	3,1263	3,0784	3,8754	3,8022
14	1,7619	1,7466	3,0208	2,9761	50	3,1413	3,0930	3,8777	3,8044
15	1,8513	1,8343	3,1105	3,0631	51	3,1557	3,1070	3,8798	3,8065
16	1,9344	1,9160	3,1905	3,1407	52	3,1696	3,1204	3,8818	3,8083
17	2,0121	1,9921	3,2620	3,2099	53	3,1831	3,1335	3,8835	3,8100
18	2,0846	2,0632	3,3259	3,2718	54	3,1960	3,1460	3,8851	3,8115
19	2,1525	2,1297	3,3831	3,3271	55	3,2085	3,1581	3,8865	3,8129
20	2,2163	2,1921	3,4344	3,3767	56	3,2206	3,1698	3,8878	3,8141
21	2,2761	2,2506	3,4804	3,4212	57	3,2323	3,1812	3,8889	3,8152
22	2,3324	2,3056	3,5217	3,4611	58	3,2436	3,1921	3,8900	3,8162
23	2,3854	2,3574	3,5588	3,4970	59	3,2546	3,2027	3,8910	3,8172
24	2,4354	2,4062	3,5922	3,5292	60	3,2651	3,2130	3,8918	3,8180
25	2,4826	2,4523	3,6222	3,5582	65	3,3134	3,2597	3,8950	3,8211
26	2,5273	2,4958	3,6493	3,5843	70	3,3549	3,2998	3,8970	3,8230
27	2,5695	2,5370	3,6736	3,6078	75	3,3910	3,3348	3,8982	3,8241
28	2,6095	2,5760	3,6956	3,6289	80	3,4227	3,3654	3,8989	3,8248
29	2,6474	2,6130	3,7154	3,6480	85	3,4506	3,3924	3,8993	3,8252
30	2,6834	2,6481	3,7332	3,6652	90	3,4755	3,4165	3,8996	3,8255
31	2,7176	2,6814	3,7493	3,6807	100	3,5179	3,4574	3,8999	3,8257
32	2,7502	2,7130	3,7638	3,6947	110	3,5525	3,4909	3,8999	3,8258
33	2,7811	2,7432	3,7769	3,7073	120	3,5814	3,5188	3,9000	3,8259
34	2,8106	2,7719	3,7888	3,7187	130	3,6059	3,5424	3,9000	3,8259
35	2,8388	2,7992	3,7994	3,7290	140	3,6269	3,5627	3,9000	3,8259
36	2,8656	2,8253	3,8091	3,7383	150	3,6451	3,5802	3,9000	3,8259

Tablica 5: Izračunate kamatne stope (u %)

6 Usporedba Solventnosti II i računovodstvenih standarda u kontekstu izračuna tehničkih pričuva

Društva za osiguranje u Republici Hrvatskoj računaju tehničke pričuve na dva načina, odnosno provode izračun tehničkih pričuva prema računovodstvenim propisima te izračun tehničkih pričuva prema regulativi Solventnost II. U uvodnom dijelu ovoga rada navedene su zakonske odredbe na kojima se temelji izračun tehničkih pričuva prema regulativi Solventnost II. Tehničke pričuve prema računovodstvenim propisima, koje su društva za osiguranje računala i prije nego je stupila na snagu regulativa Solventnost II, također se računaju u skladu sa Zakonom o osiguranju, a dodatno se primjenjuje Pravilnik o minimalnim standardima, načinu obračuna i mjerilima za izračun tehničkih pričuva prema računovodstvenim propisima (dalje u tekstu: Pravilnik), kojeg je propisala Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga. Dok je izračun tehničkih pričuva prema računovodstvenim propisima konzervativniji i vođen načelima opreznosti, izračun tehničkih pričuva prema Solventnosti II je temeljen na principima i procjeni stručnjaka.

6.1 Zakonske odredbe izračuna tehničkih pričuva prema računovodstvenim propisima

Članak 172. Zakona o osiguranju navodi kako društva za osiguranje moraju u vezi sa svojim poslovima osiguranja oblikovati odgovarajuće tehničke pričuve prema računovodstvenim propisima namijenjene pokriću obveza iz ugovora o osiguranju i eventualnih gubitaka zbog rizika koji proizlaze iz poslova osiguranja. Jedna vrsta navedenih tehničkih pričuva je matematička pričuva koju su dužna oblikovati društva koja obavljaju poslove životnih osiguranja, odnosno osiguranja kod kojih se kumuliraju sredstva štednje ili sredstva za pokriće rizika u kasnijim godinama osiguranja s višegodišnjim trajanjem za koja se primjenjuju tablice vjerojatnosti i izračuni kao i za životna osiguranja (npr. zdravstveno osiguranje s višegodišnjim trajanjem). Drugim riječima, društva za osiguranje dužna su oblikovati matematičku pričuvu s obzirom da su premije koje društva zarade namijenjena pokriću obveza koje dospijevaju nakon određenog vremena, najčešće nekoliko (desetaka) godina. Člankom 177.

Zakona o osiguranju propisano je da matematička pričuva izračunata primjenom odgovarajućeg aktuarskog vrednovanja mora biti dovoljna da omogući ispunjavanje svih razumno predvidivih obveza koje proizlaze iz ugovora o osiguranju te da se ista računa posebno za svaki ugovor o osiguranju.

Članak 9. Pravilnika navodi kako se matematičke pričuve oblikuju u visini sadašnje vrijednosti procijenjenih budućih obveza društva za osiguranje na temelju sklopljenih ugovora o osiguranju umanjene za sadašnju procijenjenu vrijednost budućih premija koje će biti uplaćene na temelju ovih ugovora o osiguranju (tzv. prospektivna metoda izračuna). Izračunavaju se primjenom odgovarajućeg aktuarskog vrednovanja koje uzima u obzir sve buduće obveze društva za osiguranje na temelju pojedinog ugovora o osiguranju (poput zajamčenih isplata i drugih prava koje osiguranik može imati, troškova uključujući provizije itd.).

Sastavni dio Pravilnika su Minimalni standardi, način obračuna i mjerila za matematičku pričuvu životnih osiguranja i drugih osiguranja za koja se obračunava matematička pričuva (dalje u tekstu: Mjerila). Mjerilima su propisani temelji obračuna matematičke pričuve, koji uključuju korištenje tablica vjerojatnosti (tablice smrtnosti, tablice poboljevanja, tablice odustanaka, tablice bračnog statusa i dr.), kamatnu stopu i troškove.

Kamatne stope koje se koriste u obračunu matematičke pričuve trebaju biti razborito odabrane te ne smiju biti više od prosječnog prinosa kojeg je društvo za osiguranje ostvarilo ulaganjem sredstava matematičke pričuve u prethodne tri godine. Dodatno, uz navedeno ograničenje, kamatne stope najviše mogu iznositi:

- 3,3% za ugovore o osiguranju sklopljene prije 2010.,
- 3,0% za ugovore o osiguranju sklopljene tijekom 2010.,
- 2,75% za ugovore o osiguranju sklopljene od 1.1.2011. do 30.6.2016.,
- 1,75% za ugovore o osiguranju s valutnom klauzulom sklopljene od 1.7.2016. do 31.12.2017.,
- 2,0% za ugovore o osiguranju bez valutne klauzule sklopljene od 1.7.2016. do 31.12.2017.,
- 1,0% za ugovore o osiguranju sklopljene 1.1.2018. i kasnije,

- 1,75% za ugovore o osiguranju koji traju najviše pet godina sklopljene 1.1.2018. i kasnije.

Navedene postotke izračunava i propisuje Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga na temelju kretanja tržišta državnih obveznica. Na ovaj se način osigurava da propisane kamatne stope što realnije odražavaju trenutno stanje na tržištu. S obzirom na pad kamatnih stopa i prinosa na državne obveznice, vjerojatno je i daljnje smanjenje propisanih ograničenja kamatnih stopa za izračun matematičke pričuve.

6.2 Primjer izračuna tehničkih pričuva po jednoj polici

U primjeru koji slijedi je, na temelju jedne police mješovitog životnog osiguranja, dan usporedni prikaz izračuna tehničih pričuva prema računovodstvenim propisima (točnije matematičke pričuve) te najbolje procjene kao dijela tehničkih pričuva prema Solventnosti II. Korištene pretpostavke o vjerojatnosti smrtnosti[10] te o troškovima su iste u oba slučaja, a razlika je u korištenju kamatne stope za diskontiranje. Za matematičku pričuvu se za koristila fiksna kamatna stopa od 1,0%, dok su se u izračunu najbolje procjene koristile bezrizične kamatne stope koje je propisala EIOPA na dan vrednovanja 30.6.2019. godine.

Potrebno je napomenuti kako se radi o vrlo jednostavnom primjeru čiji je cilj pokazati utjecaj primjene različitih kamatnih stopa na iznos pričuva te se stoga dodatne pretpostavke, inače korištene u ovakvim izračunima, zanemaruju. Izračun matematiče pričuve se u praksi ne razlikuje značajno od izračuna navedenog u primjeru te koristi pretpostavke koje su predefinirane (poput propisanih vjerojatnosti smrtnosti i ukalkuliranih troškova). S druge strane, izračun najbolje procjene koristi sve pretpostavke, pa tako i one o vjerojatnosti smrtnosti i troškovima, koje se temelje na iskustvu, a uz pretpostavke navedene u ovom primjeru koriste se još i one o vjerojatnosti odustanaka, ponašanju ugovaratelja osiguranja, budućim diskrecijskim naknadama društva i mjerama uprave itd.

Pretpostavimo da je društvo za osiguranje sklopilo s ugovarateljem osiguranja, koji je ujedno i osigurana osoba u dobi od 35 godina, ugovor o

[10] preuzete iz Tablica mortaliteta Republike Hrvatske od 2010. do 2012.

mješovitom životnom osiguranju u trajanju od 15 godina. Ugovoreno je plaćanje godišnje premije od 150 EUR te osigurana svota od 2000 EUR koju će društvo za osiguranje isplatiti za slučaj doživljenja ili za slučaj smrti osigurane osobe, a da se plaćanja obavljaju u kunama (odnosno da je ugovor s valutnom klauzulom).

Navedene kamatne stope i pripadni diskontni faktori za razdoblje od 15 godina su dani u Tablici 6. u nastavku.

	0	1	2	3	4	5	6	7
$i = 1,0\%$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
v_i	1,0000	0,9901	0,9803	0,9706	0,9610	0,9515	0,9420	0,9327
RFR	0,0000	-0,0005	0,0004	0,0007	0,0011	0,0030	0,0056	0,0079
v_{RFR}	1,0000	1,0005	0,9991	0,9978	0,9958	0,9850	0,9671	0,9461

	8	9	10	11	12	13	14	15
$i = 1,0\%$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
v_i	0,9235	0,9143	0,9053	0,8963	0,8874	0,8787	0,8700	0,8613
RFR	0,0097	0,0108	0,0119	0,0129	0,0139	0,0148	0,0158	0,0166
v_{RFR}	0,9258	0,9075	0,8886	0,8685	0,8474	0,8257	0,8035	0,7809

Tablica 6: Relevantne kamatne stope i pripadni diskontni faktori

Pretpostavimo i sljedeće troškove:

- Trošak zaključivanja ugovora α iznosi 6,0% osigurane svote, a plaća se jednokratno na početku osiguranja,
- Inkaso troškovi β iznose 3,5% od godišnje premije, s godišnjim plaćanjem,
- Administrativni troškovi γ iznose 0,075% od osigurane svote, s godišnjim plaćanjem.

U sljedećim su tablicama dani svi novčani tokovi po navedenoj polici koji obuhvaćaju godišnje bruto premije, osigurani iznos za slučaj smrti, osigurani iznos za slučaj doživljenja te troškove. Tablica 7. odnosi se na nediskontirane iznose novčanih tokova, pri čemu su u desnim stupcima navedeni iznosi prilagođeni za vjerojatnost smrti tj. doživljenja, odnosno očekivani tokovi novca.

t	Osnovni iznosi				Očekivani novčani tokovi			
	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi
0	150,00			125,25	150,00			125,25
1	150,00	2000,00		6,75	149,88	1,64		6,74
2	150,00	2000,00		6,75	149,74	1,79		6,74
3	150,00	2000,00		6,75	149,59	1,99		6,73
4	150,00	2000,00		6,75	149,43	2,18		6,72
5	150,00	2000,00		6,75	149,26	2,26		6,72
6	150,00	2000,00		6,75	149,07	2,55		6,71
7	150,00	2000,00		6,75	148,85	2,94		6,70
8	150,00	2000,00		6,75	148,61	3,27		6,69
9	150,00	2000,00		6,75	148,34	3,69		6,68
10	150,00	2000,00		6,75	148,03	4,12		6,66
11	150,00	2000,00		6,75	147,69	4,65		6,65
12	150,00	2000,00		6,75	147,31	5,13		6,63
13	150,00	2000,00		6,75	146,87	5,95		6,61
14	150,00	2000,00		6,75	146,38	6,65		6,59
15		2000,00	2000,00	1,50		7,42	1944,48	1,46

Tablica 7: Nediskontirani novčani tokovi po ugovoru o osiguranju (u EUR)

Za dobivanje tehničkih pričuva potrebno je za svaku godinu t diskontirati prikazane novčane tokove na način da se godina t uzme kao početna godina. U Tablici 8., Tablici 9. i Tablici 10. prikazani su diskontirani očekivani novčani tokovi koji pretpostavljaju da je proteklo vrijeme trajanja police $t = 0$, $t = 5$ i $t = 10$, uz primjenu ranije navedenih kamatnih stopa.

t	Diskontirani novčani tok (fiksna KS=1%)				Diskontirani novčani tok (RFR)			
	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi
0	150,00			125,25	150,00			125,25
1	148,39	1,63		6,68	149,94	1,64		6,75
2	146,79	1,75		6,61	149,94	1,79		6,73
3	145,19	1,93		6,53	149,26	1,99		6,72
4	143,60	2,09		6,46	148,80	2,17		6,70
5	142,02	2,15		6,39	147,03	2,23		6,62
6	140,43	2,40		6,32	144,17	2,47		6,49
7	138,84	2,74		6,25	140,84	2,78		6,34
8	137,24	3,02		6,18	137,58	3,03		6,19
9	135,63	3,37		6,10	134,62	3,35		6,06
10	134,01	3,73		6,03	131,54	3,66		5,92
11	132,37	4,17		5,96	128,26	4,04		5,77
12	130,73	4,55		5,88	124,83	4,35		5,62
13	129,05	5,23		5,81	121,27	4,91		5,46
14	127,34	5,79		5,73	117,62	5,35		5,29
15		6,39	1674,88	1,26		5,80	1518,53	1,14

Tablica 8: Diskontirani novčani tokovi po ugovoru o osiguranju za $t = 0$

t	Diskontirani novčani tok (fiksna KS=1%)				Diskontirani novčani tok (RFR)			
	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi
0	-			-	-			-
1	-	-		-	-	-		-
2	-	-		-	-	-		-
3	-	-		-	-	-		-
4	-	-		-	-	-		-
5	149,26	2,26		6,72	149,26	2,26		6,72
6	147,60	2,52		6,64	149,14	2,55		6,71
7	145,92	2,88		6,57	148,72	2,94		6,69
8	144,24	3,18		6,49	148,28	3,26		6,67
9	142,55	3,54		6,41	147,71	3,67		6,65
10	140,84	3,92		6,34	145,81	4,06		6,56
11	139,13	4,38		6,26	142,83	4,49		6,43
12	137,40	4,79		6,18	139,37	4,86		6,27
13	135,63	5,50		6,10	135,96	5,51		6,12
14	133,84	6,08		6,02	132,84	6,04		5,98
15		6,72	1760,31	1,32		6,60	1727,88	1,30

Tablica 9: Diskontirani novčani tokovi po ugovoru o osiguranju za $t = 5$

t	Diskontirani novčani tok (fiksna KS=1%)				Diskontirani novčani tok (RFR)			
	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi	Premija	OS smrt	OS doživ.	Troškovi
0	-			-	-			-
1	-	-		-	-	-		-
2	-	-		-	-	-		-
3	-	-		-	-	-		-
4	-	-		-	-	-		-
5	-	-		-	-	-		-
6	-	-		-	-	-		-
7	-	-		-	-	-		-
8	-	-		-	-	-		-
9	-	-		-	-	-		-
10	148,03	4,12		6,66	148,03	4,12		6,66
11	146,22	4,60		6,58	147,75	4,65		6,65
12	144,40	5,03		6,50	147,18	5,13		6,62
13	142,55	5,78		6,41	146,54	5,94		6,59
14	140,67	6,39		6,33	145,77	6,62		6,56
15		7,06	1850,11	1,39		7,31	1915,39	1,44

Tablica 10: Diskontirani novčani tokovi po ugovoru o osiguranju za $t = 10$

Neovisno gledamo li matematičku pričuvu ili najbolju procjenu, da bi u konačnici dobili iznos pričuve potrebno je sadašnju vrijednost svih budućih obveza umanjiti za sadašnju vrijednost svih budućih premija:

$$\mathrm{TP} = SV(\mathrm{OS}_{\mathrm{dozivljenje}}) + SV(\mathrm{OS}_{\mathrm{smrt}}) + SV(\mathrm{troškovi}) - SV(\mathrm{premije})$$

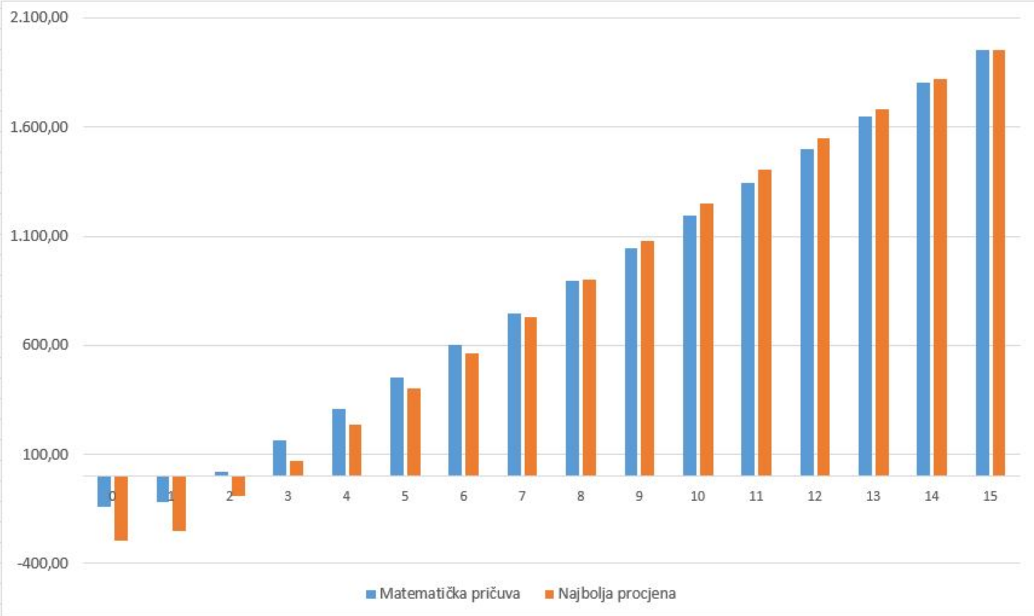
Stoga su iznosi matematičke pričuve za proteklo vrijeme trajanja police $t = 0$, $t = 5$ i $t = 10$ jednaki

$$\mathrm{MP_i}(0) = 1674,88 + 50,95 + 213,43 - 2081,63 = -142,37 \text{ EUR}$$
$$\mathrm{MP_i}(5) = 1760,31 + 45,77 + 65,06 - 1416,40 = 454,74 \text{ EUR}$$
$$\mathrm{MP_i}(10) = 1850,11 + 32,99 + 33,87 - 721,87 = 1195,10 \text{ EUR}$$

dok je najbolja procjena redom

$$\mathrm{BE_{RFR}}(0) = 1518,53 + 49,54 + 213,03 - 2075,37 = -294,27 \text{ EUR}$$
$$\mathrm{BE_{RFR}}(5) = 1727,88 + 46,24 + 66,09 - 1439,94 = 400,28 \text{ EUR}$$
$$\mathrm{BE_{RFR}}(10) = 1915,39 + 33,77 + 34,52 - 735,27 = 1248,42 \text{ EUR}$$

U nastavku je dan grafički prikaz kretanja pričuva kroz cijelo trajanje ugovora o osiguranju.



Slika 7: Kretanje matematičke pričuve i najbolje procjene tijekom trajanja ugovora o osiguranju (u EUR)

Obje su pričuve negativne u prvim godinama trajanja ugovora, što je rezultat velikih početnih troškova te malog iznosa dotada uplaćene premije. S obzirom da se za svaku godinu proteklog trajanja ugovora t diskontiranje novčanih tokova radi istom krivuljom bezrizičnih kamatnih stopa, tek pod pretpostavkom da je proteklo osam i više godina koriste se bezrizične kamatne stope koje su sve niže od fiksne kamatne stope od 1,0%. Naime, propisane kamatne stope bezrizične krivulje kamatnih stopa su u početnim godinama niže od one propisane minimalnim standardima. Stoga je najbolja procjena za naredne godine veća od matematičke pričuve. Zaključno, na utjecaj primjene različitih diskontnih stopa uvelike utječe preostalo vrijeme trajanja police.

Potrebno je napomenuti da bi se u stvarnosti prilikom izračuna najbolje procjene svake godine koristila relevantna krivulja bezrizičnih kamatnih stopa koja je valjana na datum vrednovanja te je zato nemoguće odrediti točan iznos najbolje procjene za kasnije godine osiguranja. S druge strane, kod izračuna matematičke pričuve se na početku osiguranja postavlja fiksna kamatna stopa u skladu s propisanom najvećom kamatnosm stopom te se lako može projicirati kretanje pričuva prema računovodstvenim propisima.

6.3 Usporedba relevantnih kamatnih stopa

Propisane maksimalne kamatne stope, koje društvo za osiguranje može koristiti u izračunu tehničih pričuva prema računovodstvenim propisima te matematičke pričuve, odražavaju situaciju na tržištu u trenutku donošenja Pravilnika. Ove su pričuve ujedno i zakonske pričuve te društvo za osiguranje mora imati dostatnu imovinu za njihovo pokriće, a kako bi u bilo kojem trenutku u budućnosti moglo moći ispuniti svoje zakonske obveze po svakom sklopljenom ugovoru o osiguranju.

S druge strane, za izračun najbolje procjene koristi se krivulja bezrizičnih kamatnih stopa koja uzima u obzir buduća kretanja tržišta te pruža realniji prikaz kretanja kamatnih stopa kroz vrijeme. S obzirom da krivulju, zasebno po valutama, EIOPA objavljuje jednom mjesečno, društva za osiguranje prilikom svakog izračuna tehničkih pričuva po Solventnosti II imaju na raspolaganju kamatne stope koje odražavaju trenutno stanje na tržištu, uzimavši pri tome očekivanja o budućim kamatnim stopama.

Prilikom izračuna najbolje procjene, uz navedenu krivulju bezrizičnih kamatnih stopa, društva za osiguranje koriste mnoge druge pretpostavke temeljene na iskustvu. Iskustvene pretpostavke nisu zakonski propisane već ovise o procjeni stručnjaka. Stoga se i eventualni rizici, koji bi mogli proizaći iz neadekvatne procjene i/ili neočekivanih nepovoljnih kretanja korištenih pretpostavki (npr. o povećanju smrtnosti, padu kamatnih stopa itd.), moraju na odgovarajući način uzeti u obzir - izračunom dodatka za rizik. Dodatak za rizik skupa s najboljom procjenom čini ukupne tehničke pričuve prema Solventnosti II. Predstavlja iznos koji bi društvo za osiguranje, ukoliko bi preuzelo sve obveze drugog društva za osiguranje, trebalo imati za sve buduće godine trajanja preuzetih ugovora o osiguranju koji su na snazi na dan vrednovanja pričuva[11]. Navedeni iznos se računa projiciranjem potrebnog solventnog kapitala (SCR-a) i diskontiranjem dobivenih iznosa krivuljom bezrizičnih kamatnih stopa.

Uz tehničke pričuve prema Solventnosti II, društvo za osiguranje je dužno procjenjivati i svoju solventnost te adekvatnost kapitala, kako bi u svakom trenutku znalo ima li dovoljno novčanih sredstava za ispunjenje svih svojih

[11]Društva za osiguranje koja se bave poslovima životnih osiguranja s dugim trajanjem obveza imaju relativno visok dodatak za rizik.

sadašnjih i budućih obveza po ugovorima o osiguranju. Navedeno podrazumijeva određivanje kapitala te procjenu kapitalnih zahtjeva za svaki rizik kojemu je društvo izloženo, što uključuje i rizike proizašle iz određivanja iskustvenih pretpostavki te korištenja bezrizičnih kamatnih stopa u izračunu najbolje procjene. Ukupnost kapitalnih zahtjeva predstavlja SCR za promatranu godinu, a stavljajući u omjer kapital i SCR dobije se omjer solventnosti društva za osiguranje.

Stoga, iako se tehničke pričuve prema Solventnosti II računaju pomoću bezrizične kamatne stope te pretpostavki temeljenih na iskustvu, procjenom kapitalnih zahtjeva i izračunom dodatka za rizik se rizici kvantificiraju te u konačnici uzimaju u obzir prilikom procjene solventnosti društva za osiguranje.

7 Zaključak

Svrha regulative Solventnost II je uvođenje ekonomskog nadzornog okvira tržišta osiguranja koji se temelji na rizicima. Početna točka Solventnosti II je vrednovanje stavki bilance prema tržišnim cijenama i principima, pri čemu su u dijelu obveza najznačajnije tehničke pričuve, odnosno zbroj najbolje procjene i dodatka za rizik.

Vremenska struktura bezrizičnih kamatnih stopa osnovni je dio izračuna tehničkih pričuva prema Solventnosti II, a dobiva se na temelju dostupnih relevantnih financijskih instrumenata (stopa razmjene ili državnih obveznica) s tržišta koja su duboka, likvidna i transparentna. Ukoliko kamatne stope ne postoje za određena dospijeća, do njih se dolazi metodom interpolacije i ekstrapolacije, ovisno jesu li dospijeća prije ili poslije posljednje likvidne točke.

Kako bi se osiguralo da izračun tehničkih pričuva prema Solventnosti II bude konzistentan, EIOPA je objavila metodologiju, pretpostavke i način utvrđivanja bezrizičnih kamatnih stopa. Propisano je da se za interpolaciju i ekstrapolaciju krivulje koristi Smith-Wilsonova metoda, a da su ulazni parametri krajnja terminska stopa te parametar α kojim se određuje brzina konvergencije prema UFR-u. Smith-Wilsonova metoda polazi od informacija o relevantnim financijskim instrumentima poput tržišnih cijena, dospijeća, novčanih tokova i kupona, a cilj je definirati funkciju sadašnje vrijednosti za svaku godinu dospijeća t, iz koje proizlaze *spot* kamatne stope. Nakon dobivanja *spot* krivulje, jednostavnim se računom dolazi i do krivulje *forward* kamatnih stopa koje konvergiraju prema početnom parametru UFR uz određenu brzinu konvergencije, a koje znatno bolje interpretiraju dugoročna tržišna očekivanja.

Smith-Wilsonovom metodom se nastoji uspostaviti procjena kamatnih stopa koja je tržišno pravedna i konzistentna, a koja za daleka dospijeća daje stabilne kamatne stope. Ovako definiranom krivuljom kamatnih stopa se očekivana buduća tržišna kretanja odražavaju i na iznos samih tehničkih pričuva prema Solventnosti II, što je posebno značajno kod procjene iznosa obveza životnih osiguranja, odnosno osiguranja s dugim trajanjem.

Literatura

[1] Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors: *QIS 5 Risk-free interest rates – Extrapolation method*, CEIOPS, Frankfurt, 2010.

[2] European Insurance and Occupational Pensions Authority: *Technical documentation of the methodology to derive EIOPA's risk-free interest rate term structures*, EIOPA, Frankfurt, 2018.

[3] European Insurance and Occupational Pensions Authority: *Risk-free interest rate term structures: Specification of the methodology to derive the UFR*, EIOPA, Frankfurt, 2017.

[4] European Insurance and Occupational Pensions Authority: *Risk-free interest rate term structures: Report on the Calculation of the UFR for 2019*, EIOPA, Frankfurt, 2018.

[5] European Insurance and Occupational Pensions Authority: *Risk-free interest rate term structures: Report on the Calculation of the UFR for 2020*, EIOPA, Frankfurt, 2019.

[6] Hussain Abusaaq, Paul M. Beaumont, Yaniv Jerassy-Etzion: *Maximally Smooth Forward Rate Curves for Coupon Bearing Bonds*, Journal of Advances in Economics and Finance, Vol. 1, No. 1, November 2016., Isaac Scientific Publishing, Hong Kong, 2016.

[7] Mark Fisher: *Modeling the term structure of interest rates: An introduction*, Federal Reserve Bank of Atlanta, SAD, 2004.

[8] Patrick S. Hagan, Graeme West: *Methods for Constructing a Yield Curve*

[9] Karl Murray, Bridget MacDonnell, Eamonn Phelan: *Solvency II under review: Part 1 - Extrapolation of the risk-free rate curve*, Milliman, Dublin, 2019.

[10] Andrew Smith, Tim Wilson: *Fitting Yield Curves with Long Term Constraints*, Bacon & Woodrow, London, 2001.

[11] Europsko nadzorno tijelo za osiguranje i strukovno mirovinsko osiguranje (EIOPA) - eiopa.europa.eu

[12] Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga (HANFA) - www.hanfa.hr

[13] Hrvatski ured za osiguranje (HUO) - www.huo.hr

[14] Državni zavod za statistiku (DZS) - www.dzs.hr

Popis slika

Popis tablica

Sažetak

U radu je opisana Smith-Wilsonova metoda dobivanja vremenske strukture bezrizičnih kamatnih stopa koju društva za osiguranje koriste prilikom izračuna tehničkih pričuva u okviru regulative Solventnost II. Metoda se temelji na informacijama o stopama razmjene ili državnim obveznicama s dubokih, likvidnih i transparentnih financijskih tržišta, a za početne parametre koristi krajnju terminsku stopu te parametar koji određuje brzinu konvergencije prema krajnjoj terminskoj stopi. Cilj metode je definirati funkciju sadašnje vrijednosti za svaku godinu dospijeća, iz čega proizlaze *spot* kamatne stope odnosno pripadni diskontni faktori. Navedenom se metodom provodi i interpolacija bezrizičnih kamatnih stopa, koje u praksi nisu dostupne za svaku godinu dospijeća do posljednje likvidne točke, i ekstrapolacija bezrizičnih kamatnih stopa nakon posljednje likvidne točke. Uz krivulju bezrizičnih kamatnih stopa društva za osiguranje prilikom izračuna tehničkih pričuva prema Solventnosti II koriste i mnoge druge pretpostavke temeljene na iskustvu, a sve u svrhu što realnije procjene osigurateljnih pričuva.

Neovisno o regulativi Solventnost II, društva za osiguranje su i dalje u zakonskoj obvezi računati tehničke pričuve prema računovodstvenim propisima za potrebe financijskog izvještavanja, a ove pričuve ujedno predstavljaju zakonske pričuve za čije pokriće društva moraju imati odgovarajuću imovinu.

Ključne riječi: Solventnost II, tehničke pričuve, bezrizične kamatne stope, Smith-Wilsonova metoda, posljednja likvidna točka, krajnja terminska stopa, brzina konvergencije

Summary

This paper describes Smith-Wilson method for obtaining risk-free interest rate term structure which insurance companies use in calculation of technical provisions regarding Solvency II regulation. The method is based on information on swap rates or government bonds from deep, liquid and transparent financial markets, and it uses ultimate forward rate and the speed of convergence towards ultimate forward rate for input parameters. Method's goal is to define the present value function for each maturity year, from which *spot* interest rates and associated discount factors can easily be calculated. This method is used both for interpolation of risk-free rates when rates are unavailable for certain maturities before last liquid point, as well as for extrapolation of risk-free rates after the last liquid point. Together with risk-free interest rate curve, insurance companies, when calculating Solvency II technical provisions, use a number of different assumptions based on experience, all for the purpose of a more realistic assessment of insurance provisions.

Regardless of Solvency II regulation, insurance companies are still legally obliged to calculate technical provisions according to accounting principles for financial reporting, and these provisions are also legal provisions for which companies are obliged to hold appropriate assets.

Keywords: Solvency II, technical provisions, risk-free interest rates, Smith-Wilson method, last liquid point, ultimate forward rate, convergence speed

Životopis

Rođena sam 26. lipnja 1988. u Osijeku. Završila sam osnovnu i srednju školu u Valpovu, a 2013. sam diplomirala na Odjelu za matematiku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku, smjer Financijska i poslovna matematika s diplomskim radom *Testiranje normalnosti: Generalizirana metoda momenata*. Krajem 2013. se zapošljavam u Hrvatskoj agenciji za nadzor financijskih usluga u Direkciji za posredni nadzor i analizu rizika Sektora za osiguranja, a početkom 2016. upisujem Poslijediplomski specijalistički studij aktuarske matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Tijekom 2018. položila sam dodatne ispite za dobivanje ovlaštenja za obavljanje aktuarskih poslova u organizaciji Hrvatskog aktuarskog društva te sam u srpnju 2018. postala ovlašteni aktuar. Od studenog 2018. sam radila u Direkciji za osiguranje Sektora za osiguranje, leasing i faktoring, a sredinom 2019. se zapošljavam u Raiffeisen mirovinskom osiguravajućem društvu d.d. gdje radim i danas.