

Karakterizacija topoloških polumetala

Džafić, Sabina

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:496561>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-23**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Sabina Džafić

Karakterizacija topoloških polimetala

Diplomski rad

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ
FIZIKA; SMJER NASTAVNIČKI

Sabina Džafić

Diplomski rad

Karakterizacija topoloških polumetala

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Ivan Kokanović

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2020.

Diplomski rad je izrađen na Fizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, na Zavodu za eksperimentalnu fiziku u laboratoriju za sintezu i mjerenje transportnih, magnetskih i termodinamičkih svojstava, pod mentorstvom prof. dr. sc. Ivana Kokanovića. Ovaj je rad financirala Hrvatska zaklada za znanost projektom IP-2018-01-8912, „Temeljna elektronska svojstva novih kvantnih materijala: bezmaseni i korelirani fermioni“.

Zahvaljujem svom mentoru na pomoći pri izradi ovog rada i doc. dr. sc. Maji Planinić na korisnim savjetima pri izradi metodičkog dijela rada.

Hvala mojoj obitelji i prijateljima za sve lijepe trenutke, podršku i ohrabrenje za vrijeme studiranja.

Sažetak

Topološki polumetali trenutno su u fokusu istraživanja u fizici kondenzirane materije. Njihova niskoenergijska pobuđenja pokazuju zanimljive pojave poput ultraviolette mobilnosti nosioca naboja i kiralnih magnetskih efekata zbog čega su kandidati za brojne tehnološke primjene, i to u novoj generaciji elektroničkih uređaja, spintronici, kvantnim računalima, kemijskoj katalizi i slično. Osim toga, pružaju platformu za istraživanje Weylovih i Diracovih fermiona što je bitno za fiziku elementarnih čestica. U radu je prikazan teorijski opis topoloških izolatora i polumetala, postupak sinteze intrinzičnog Diracovog polumetala Cd_3As_2 te karakterizacija metodom mjerenja dHvA kvantnih oscilacija.

Ključne riječi: topološki izolatori, Diracovi polumetali, Weylovi polumetali, kvantne oscilacije

Characterization of topological semimetals

Abstract

Topological semimetals are currently one of the most exciting research areas in condensed matter physics. Their low-energy excitations have interesting properties which show promise for future applications in technology, namely in new electronic devices, spintronics, quantum computers, chemical catalysis and more. Moreover, they offer a way to investigate Weyl and Dirac fermions, fundamental for our understanding of elementary particle physics. We discuss the theoretical background of topological insulators and semimetals, synthesis of Cd_3As_2 intrinsic Dirac semimetal and its characterizations using dHvA quantum oscillations method.

Keywords: topological insulators, Dirac semimetals, Weyl semimetals, dHvA quantum oscillations

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Diracovi materijali	2
2.1	Diracova i Weylova jednađba	2
2.2	Topološki izolatori	4
2.2.1	Topologija	4
2.2.2	Cjelobrojni kvantni Hallov efekt i TKNN invarijanta	6
2.3	Diracovi i Weylovi polumetali	9
2.3.1	Weylovi polumetali	9
2.3.2	Diracovi polumetali	11
3	Magnetska svojstva materijala i dHvA kvantne oscilacije	14
3.1	Dijamagnetizam	14
3.2	Paramagnetizam	15
3.3	Feromagnetizam	15
3.4	dHvA kvantne oscilacije	16
4	Sinteza i karakterizacija	19
4.1	Sinteza Cd_3As_2	19
4.2	Karakterizacija	20
5	Zaključak	26
6	Metodički dio	27
6.1	Lorentzova sila i gibanje nabijenih čestica u magnetskom polju	27
6.2	Nastavna priprema	29
	Literatura	43

1 Uvod

Topološki izolatori i polumetali pripadaju klasi materijala nazvanoj Diracovi materijali zbog njihove linearne disperzije. Svojstva koja iz toga proizlaze su visoka mobilnost nosioca naboja, veliki linearni magnetootpor te zanimljiva transportna svojstva. Sve ovo čini ih iznimno obećavajućima za buduće primjene u tehnologiji.

Dan je teorijski pregled Diracovih materijala s fokusom na topološkim izolatorima i polumetalima. Objasnjena je pojava topologije u njihovom opisu. Ukratko je opisan magnetizam u materijalima te pojava kvantnih oscilacija u magnetizaciji koje su jedna od glavnih metoda karakterizacije topoloških polumetala. Zatim je opisana metoda sinteze Diracovog polumetala Cd_3As_2 te njegova karakterizacija.

2 Diracovi materijali

Materijale čija se niskoenergetska pobuđenja ponašaju poput Diracovih fermiona, čestica s Diracovom (linearnom) disperzijom, svrstavamo u klasu nazvanu Diracovi materijali. U njima se (ako nema procijepa) vrpce dodiruju samo u diskretnim točkama, koje zovemo Diracove točke, ili linijama. Ponašanje Diracovih fermiona kao kvazičestičnih pobuđenja u Diracovim materijalima određeno je Diracovom jednačbom, za razliku od metala i poluvodiča gdje je za opis kvazičestičnih pobuđenja dovoljna Schrödingerova jednačba.

U Diracove materijale ubrajamo superfluidnu fazu 3He , d -supravodiče, grafen, topološke izolatore (TI), Weylove i Diracove polumetale te topološke linijske polumetale (TLP). Ovi sustavi, iako naizgled vrlo različiti, imaju neka zajednička svojstva koja proizlaze upravo iz spektra niskoenergetskih pobuđenja, npr.: toplinski kapacitet, odgovor na nečistoće i magnetsko polje, potisnuto raspršenje unatrag, transportna i optička svojstva. [1]

Najpoznatiji predstavnik Diracovih materijala zasigurno je grafen, sloj ugljikovih atoma koji čine 2D mrežu u obliku pčelinjeg saća. Upravo njegovim otkrićem započelo je intenzivno istraživanje Diracovih materijala, a pažnju privlači svojim korisnim elektronskim svojstvima koja proizlaze upravo iz linearne disperzije njegovih nosioca naboja, ali i zanimljivim optičkim svojstvima te velikom čvrstoćom.

Otkrićem topoloških izolatora do izražaja je došla ideja važnosti topologije pri jasnom određivanju elektronskih faza i klasifikaciji kvantnih stanja materije. Za topološke polumetale kaže se da su 3D analogoni grafenu. Karakterizirani su pojavom Weylovih ili Diracovih točaka u unutrašnjosti te Fermijevih lukova na površini. [2] Vidjet ćemo i zašto su važni u kontekstu fizike elementarnih čestica.

U nastavku ćemo pobliže promotriti svojstva topoloških izolatora i nekih topoloških polumetala. Objasnit ćemo kakva je uloga simetrije i topologije u njihovom opisu te što znači da su njihova svojstva topološki zaštićena.

2.1 Diracova i Weylova jednačba

Kvazičestična pobuđenja koja se na niskim temperaturama javljaju u Diracovim materijalima ponašaju se kao Diracovi fermioni i mogu se opisati Diracovom jednačbom. Ona je poopćenje Schrödingerove jednačbe iz kvantne mehanike koje uzima u obzir

i specijalnu teoriju relativnosti. U nerelativističkom slučaju energija čestice je zbroj njene kinetičke i potencijalne energije:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \quad (2.1)$$

gdje je p impuls, a m masa čestice. Pripadni operator hamiltonijana jest:

$$\hat{H} = \hat{p}^2/2m + \hat{V} \quad (2.2)$$

Dakle, u nerelativističkom slučaju energija čestice ima kvadratičnu ovisnost o impulsu. Relativistički izraz koji povezuje energiju i impuls čestice govori o njihovoj linearnoj ovisnosti:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.3)$$

gdje je m masa mirovanja čestice, a c brzina svjetlosti u vakuumu. Pripadni Diracov hamiltonijan za Diracove fermione u 2D ima oblik:

$$H = c\vec{\sigma} \cdot \vec{p} + mc^2\sigma_z. \quad (2.4)$$

gdje su $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y)$ i σ_z Paulijeve matrice, a umjesto brzine svjetlosti c imat ćemo Fermijevu brzinu v_F . [1]

Diracova jednadžba opisuje ponašanje čestice spina 1/2 i mase m u vakuumu i glasi:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta mc^2)\psi \quad (2.5)$$

Ova je jednadžba formulirana u (3+1)-dimenzionalnom prostorvremenu, gdje $\vec{\alpha}$ i β tvore algebru antikomutirajućih 4×4 matrica i ψ je četverokomponentni spinor. [1] U (2+1) ili (1+1) dimenzija, jednadžbu možemo pojednostaviti i desna strana postaje 2×2 Diracov hamiltonijan 2.4.

Weylova jednadžba je zapravo Diracova jednadžba za bezmasene čestice, u kojoj umjesto četverokomponentnog Diracovog rješenja dobivamo dva nezavisna dvokomponentna rješenja.

Za čestice sa spinom definiramo helicitet:

$$h = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \quad (2.6)$$

gdje je $\vec{\sigma}$ spin čestice i \vec{p} je količina gibanja. Ako je spin u istom smjeru kao količina gibanja, kažemo da je čestica desna, a ako su u suprotnim smjerovima, kažemo da je čestica lijeva. Helicitet poprima samo vrijednosti $h = \pm 1$. Ako se radi o bezmasenim česticama, kiralnost je isto što i helicitet. Kiralnost je bitna u razmatranju dinamike raspršenja elektrona. Ako u materijalu nema magnetskih atoma, kiralnost je očuvana. Očuvanje kiralnosti znači da raspršenje unatrag (promjena smjera količine gibanja) povlači i promjenu smjera spina. Pošto bez magnetskih atoma promjena smjera spina nije moguća, raspršenje unatrag je zabranjeno.

2.2 Topološki izolatori

Topološki izolatori su novootkriveno stanje materije koje karakterizira izolatorska unutrašnjost ("bulk" - volumni dio materijala) te vodljiva površinska ili rubna stanja koja su posljedica topološke prirode valne funkcije volumnog dijela materijala. [4] Kao kod normalnih izolatora, valentna i vodljiva vrpca su odvojene konačnim energijskim procijepom u cijeloj Brillouinovoj zoni unutrašnjosti materijala. Međutim, na površini (odnosno granici s bilo kojim normalnim izolatorom¹), dolazi do zatvaranja procijepa i pojave Diracovih površinskih stanja, koja su zaštićena simetrijom na vremensku inverziju. Pokazuje se da na granici sustava različitih topologija nužno dolazi do pojave vodljivih stanja. Što to znači da su sustavi topološki različiti te kako odrediti topologiju sustava raspravljamo u nastavku teksta.

2.2.1 Topologija

Topologija je grana matematike koja se bavi svojstvima geometrijskih površina koja ostaju nepromijenjena (invarijantna) pri kontinuiranim deformacijama oblika ili veličine. Možemo to intuitivno objasniti na primjeru kugle i torusa. Kugla i torus se ne mogu kontinuirano deformirati jedno u drugo, tj. bez zatvaranja ili otvaranja rupe u njihovoj površini. Stoga ih svrstavamo u različite topološke klase i pridjeljujemo im genus

¹Svi izolatori ekvivalentni vakuumu nazivaju se normalni izolatori (NI). To znači da imaju energijski procijep, valentnu i vodljivu vrpcu. Kod vakuuma to su energijski prag za proizvodnju para, pozitroni i elektroni, respektivno.

g , topološku invarijantu koja nam zapravo govori o broju rupa u površini. Dakle, za kuglu $g = 0$, a za torus $g = 1$. Formalno genus definiramo preko Gauss-Bonnet teorema, koji kaže da je integral Gaussove zakrivljenosti po zatvorenoj površini kvantizirana topološka invarijanta. [5] Na sličan način ćemo definirati Chernov broj, koji će biti topološka invarijanta u nekima od sustava koje ćemo obrađivati.

Općenito i pojednostavljeno rečeno, u fizici čvrstog stanja topološka invarijanta je veličina koja je jednaka za sustave čiji se hamiltonijani mogu mijenjanjem parametara glatko (adijabatski) transformirati jedan u drugi, bez zatvaranja energijskog procijepa, te su takvi materijali topološki ekvivalentni. Topološka invarijanta može biti različito definirana za različite materijale.

Koncept Berryjeve faze je važan u promatranju topoloških faza, pa ćemo ju ovdje definirati i objasniti njeno značenje. Neka je $\mathbf{R}(t)$ set vremenski ovisnih parametara o kojima ovisi hamiltonijan sustava $H[\mathbf{R}(t)]$ sa svojstvenim stanjima $|n, \mathbf{R}(t)\rangle$. Schrödingerova jednažba sustava je

$$H[\mathbf{R}(t)] |n, \mathbf{R}(t)\rangle = E_n[\mathbf{R}(t)] |n, \mathbf{R}(t)\rangle \quad (2.7)$$

Pretpostavimo da se \mathbf{R} mijenja adijabatski od vrijednosti \mathbf{R}_0 u trenutku $t = 0$. Vremenska evolucija stanja određena je s

$$H[\mathbf{R}(t)] |n, t\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |n, t\rangle \quad (2.8)$$

a stanje u trenutku t je dano s

$$|n, t\rangle = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' L_n[\mathbf{R}(t')]\right) |n, \mathbf{R}(t)\rangle \quad (2.9)$$

gdje je $L_n[\mathbf{R}(t)] = i\hbar \dot{\mathbf{R}}(t) \cdot \langle n, \mathbf{R}(t) | \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t)\rangle - E_n[\mathbf{R}(t)]$. To se može provjeriti uvrštavanjem gornjeg izraza u desnu stranu Schrödingerove jednažbe. Vremenski ovisno stanje može se zapisati kao:

$$|n, t\rangle = \exp\left(-\int_0^t dt' \dot{\mathbf{R}}(t') \cdot i \langle n, \mathbf{R}(t') | \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t')\rangle\right) |n, \mathbf{R}(t)\rangle \times \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' E_n[\mathbf{R}(t')]\right) \quad (2.10)$$

Prvi član u ovom izrazu opisuje netrivialan učinak kvantno-mehaničke faze koju

stanje akumulira tokom vremenske evolucije, a drugi član je standardni dinamički član u vremenskoj evoluciji stanja. Kada se parametar \mathbf{R} pomiče po zatvorenoj krivulji C u vremenu T , tako da je $\mathbf{R}(T) = \mathbf{R}_0$, ta se faza naziva Berryjeva faza $\gamma_n[C]$:

$$\gamma_n[C] \equiv \int_0^T dt \dot{\mathbf{R}}(t) \cdot i \langle n, \mathbf{R}(t) | \nabla_{\mathbf{R}} | n, \mathbf{R}(t) \rangle = \oint_C d\mathbf{R} i \langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} | n, \mathbf{R} \rangle \equiv - \oint_C d\mathbf{R} \cdot \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) \quad (2.11)$$

Ovdje možemo definirati Berryjevu konekciju

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{R}) = -i \langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} | n, \mathbf{R} \rangle \quad (2.12)$$

Rotacija Berryjeve konekcije je Berryjeva zakrivljenost ili tok:

$$\mathbf{B}_n(\mathbf{R}) = \nabla_{\mathbf{R}} \times \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) \quad (2.13)$$

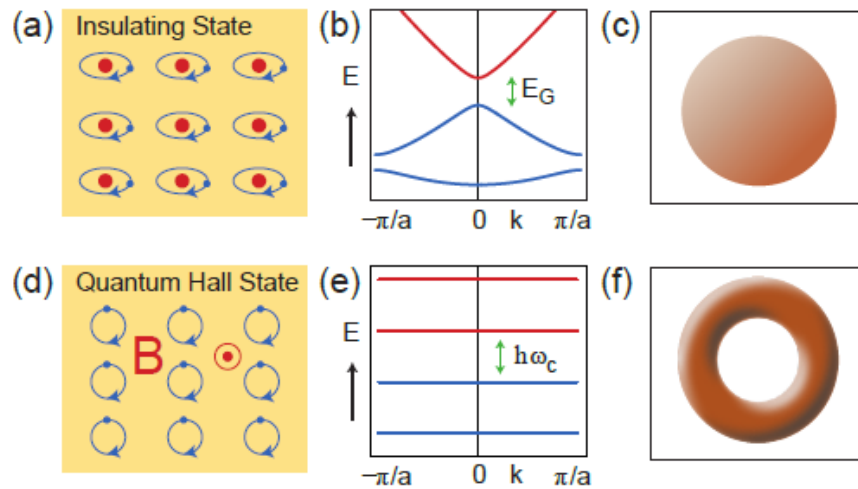
Berryjeva faza ima korisno svojstvo da se ne mijenja prilikom adijabatske promjene hamiltonijana, zbog čega nam može poslužiti u definiranju topološke invarijante u sustavima kondenzirane materije.

2.2.2 Cjelobrojni kvantni Hallov efekt i TKNN invarijanta

Nisu svi sustavi s energetskim procijepom topološki ekvivalentni vakuumu, a najjednostavniji primjer toga je stanje cjelobrojnog kvantnog Hallovog efekta, otkriveno 1980. godine (eng. Integer Quantum Hall Effect, IQHE). Tako nazivamo 2D elektronski plin ohlađen ispod 2K i smješten u jako okomito magnetsko polje. [3] U magnetskom polju, elektroni u IQHE stanju izvode kružno gibanje po kvantiziranim putanjama s ciklotronskom frekvencijom $\omega_c = eB/m$. To vodi na kvantizirane Landauove nivoe s energijama $E_m = \hbar\omega_c(m + 1/2)$. Landauove nivoe možemo gledati kao energijske vrpce. Ako je N nivoea popunjeno, a ostali su prazni, onda postoji energijski procijep baš kao u izolatorima. Ali uz prisustvo električnog polja, koje uzrokuje drift elektronskih orbita, u sustavu imamo Hallovu struju s kvantiziranom Hallovom vodljivošću:

$$\sigma_{xy} = N \frac{e^2}{h}, \quad (2.14)$$

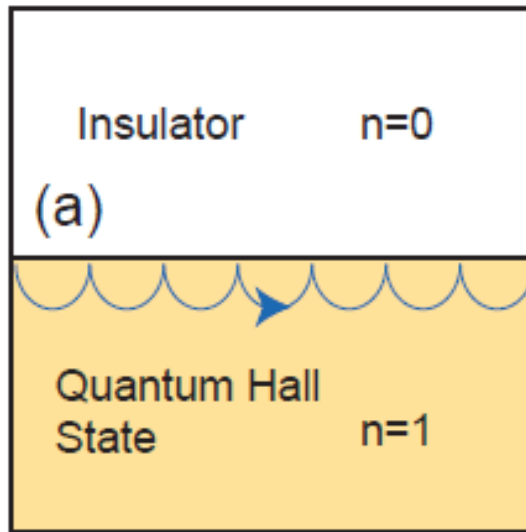
gdje je N cijeli broj. Preciznost kvantizacije je izmjerena do $1 : 10^9$. To je manifestacija topološke prirode σ_{xy} , te ne ovisi o vrsti materijala i udjelu nečistoća.



Slika 2.1: (a,b,c) Izolator (a) izolatorsko stanje (b) jednostavna vrpčasta struktura izolatora. (d,e,f) Stanje kvantnog Hallovog efekta (d) ciklotronsko gibanje elektrona (e) Landauovi nivoi. (c) i (f) usporedba s dvije površine različitg genusa, $g=0$ za sferu, $g=1$ za torus [3]

Ako pogledamo elektrone blizu ruba materijala, primijetit ćemo da oni kada dođu do ruba ne mogu prijeći u izolator, pa se odbijaju od površine i efektivno propagiraju u desno po rubu. Tako nastaje vodljivo rubno stanje. Ono je topološki zaštićeno, što znači da postojanje defekata ne uništava efekt. Bitno je primijetiti da su ova rubna stanja kiralna - za dani smjer magnetskog polja, elektroni na suprotnim rubovima gibaju se u suprotnim smjerovima. Još jedna bitna karakteristika je da kod ovih stanja ne dolazi do disipacije jer je raspršenje unatrag nemoguće (ne postoje stanja u koja bi se mogli raspršiti unatrag).

Razlika između normalnog izolatora i IQHE stanja stvar je topologije, što su 1982. objasnili Thouless, Kohmoto, Nightingale i den Nijs, po kojima je nazvana TKNN topološka invarijanta. 2D struktura vrpce u IQHE opisana je Blochovim hamiltonijanom $\mathcal{H}(\mathbf{k})$ gdje je \mathbf{k} definiran na torusu. Kao što je već spomenuto, vrpčaste strukture s procijepom mogu se topološki klasificirati razmatrajući ekvivalentne klase hamiltonijana $\mathcal{H}(\mathbf{k})$ koje se mogu kontinuirano deformirati jedan u drugi bez zatvaranja procijepa. Te se klase razlikuju preko topološke invarijante $n \in \mathbb{Z}$ nazvane Chernov broj. Chernov broj dolazi iz matematičke teorije svežnjeva, ali možemo ga fizikalno razumjeti preko Berryjeve faze povezane s Blochovim valnim funkcijama $|u_m(k)\rangle$. Ukoliko nema nasumičnih degeneracija, kada \mathbf{k} prolazi po zatvorenoj petlji, $|u_m(k)\rangle$ poprima



Slika 2.2: Vodljivo rubno stanje u kvantnom Hallovom efektu

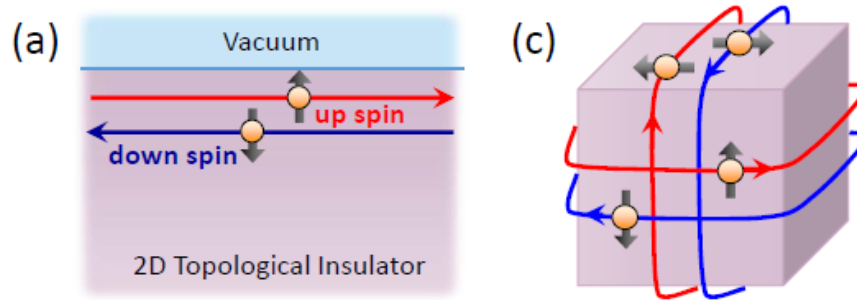
dobro definiranu Berryjevu fazu danu linijskim integralom $\mathbf{A}_m = i \langle u_m | \nabla_k | u_m \rangle$. Ovo se može izraziti kao površinski integral Berryjevog toka, $\mathbf{B}_m = \nabla \times \mathbf{A}_m$. Chernov broj je ukupan Berryjev tok u Brillouinovoj zoni:

$$n_m = \frac{1}{2\pi} \int d^2\mathbf{k} \mathbf{B}_m. \quad (2.15)$$

n_m je cijeli broj kvantiziran iz razloga analognih slučaju kvantizacije Diracovih magnetskih monopola. Ukupan Chernov broj, sumiran po svim popunjenim vrpama, $n = \sum_{m=1}^N n_m$, je invarijantan čak i ako ima degeneracija između popunjenih vrpca, uz uvjet da procijep između popunjenih i praznih vrpca ima konačnu vrijednost. Pokazano je da σ_{xy} , izračunata Kuboovom formulom ima istu formu, tako da je N iz 2.14 jednako n . Chernov broj n je topološka invarijanta u smislu da se ne može promijeniti kada se hamiltonijan glatko mijenja. To objašnjava robusnu kvantizaciju σ_{xy} .

Je li moguće imati topološki zaštićena površinska vodljiva stanja i bez niske temperature i jakog magnetskog polja? Odgovor je da jest, i to u topološkim izolatorima gdje spin orbit interakcija zamjenjuje vanjsko magnetsko polje. Svojstvo površinskih vodljivih stanja u TI je zaključanost spina i momenta količine gibanja. To znači da je u takvom stanju spin elektrona okomit na smjer njegove propagacije - npr. elektron spina gore može se propagirati samo udesno, a elektron spina dolje samo ulijevo. Dakle, nije moguće bez promjene spina promijeniti smjer elektrona, a kako u TI nema

magnetskih atoma, slijedi da su ova stanja vodljiva bez disipacije. Zbog navedenih svojstava TI su iznimno zanimljivi za primjenu u spintronici.



Slika 2.3: Zaključanost spina i momenta količine gibanja za 1D rubno stanje (lijevo) i za 2D površinsko stanje (desno). [4]

2.3 Diracovi i Weylovi polumetali

Otprije je poznato da je i u 3D materijalima moguće imati stabilne točke u kojima se dodiruju elektronske vrpce. Aproksimacija prvog reda za disperziju oko sjecišta vrpce je uvijek linearna i to onda predstavlja 3D Diracovu točku u impulsnom prostoru. Ako je još moguće pomicati Fermijevu energiju tako da prolazi Diracovom točkom ili blizu nje i ako na toj energiji nema drugih vrpce, onda se radi o 3D polumetalu s Diracovom disperzijom. Uz Diracove, odnosno Weylove točke u unutrašnjosti, karakteriziramo ih neobičnim vodljivim stanjima na površini nazvanima Fermijevi lukovi.

2.3.1 Weylovi polumetali

U Weylovim polumetalima postoje točke u impulsnom prostoru u kojima se u blizini Fermijeve energije dodiruju dvije vrpce (javlja se dvostruka degeneracija). Pretpostavimo da se dvije vrpce dodiruju u nekoj točki \mathbf{k}_0 u prvoj Brillouinovoj zoni na energiji ϵ_0 . U blizini takve točke hamiltonijan se može razviti u Taylorov red i on tada ima oblik Weylovog hamiltonijana s dvije moguće kiralnosti (radi jednostavnosti zanemarujemo moguću anizotropiju):

$$H(\mathbf{k}) = \epsilon_0 \sigma_0 \pm \hbar v_F (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.16)$$

σ_0 je jedinična 2×2 matrica, a $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ su Paulijeve matrice. [2] Ono što je ovdje zanimljivo jest da ne možemo ništa učiniti s gornjim izrazom da bismo se

riješili dodirnih točaka vrpce. Promjena ϵ_0 ili k_0 može samo pomaknuti mjesto dodirne točke, a promjena parametra v_F , mijenja samo nagib disperzije. Ovo je povezano s činjenicom da je broj komponenata impulsa k isti broju Paulijevih matrica. Dakle, da bi došlo do pojave stabilne Weylove točke, trebamo tri dimenzije (za tri neovisne komponente impulsa) i dvije nedegenerirane vrpce (dva stanja) za općeniti impuls k . Prvi uvjet je trivijalan, a drugi ne može biti zadovoljen u materijalu koji posjeduje obje fundamentalne simetrije: prostornu inverziju P (što znači da kristalna struktura ima centar inverzije) i vremensku inverziju Θ (što znači da je materijal nemagnetičan). Razlog tome je što u takvom materijalu sve vrpce moraju biti barem dvostruko degenerirane na svakom impulsu k zbog fundamentalnog svojstva bilo kojeg fermionskog sustava da je $(P\Theta)^2 = -1$. Dakle, stabilne točke dodira vrpce događaju se samo u materijalima koji nisu centrosimetrični ili su magnetski (mora biti slomljena barem jedna od dviju simetrija).

Ako u jednadžbi 2.16 postavimo $\epsilon_0 = 0$, ona poprima oblik Weylovog hamiltonijana, tj. hamiltonijana bezmasene relativističke čestice desne ili lijeve kiralnosti. Zbog ove analogije s Weylovom jednadžbom, dodirne točke nedegeneriranih vrpce nazivamo Weylove točke.

Za Weylove točke možemo reći da su topološki objekti u impulsnom prostoru. Weylova točka izgleda kao jež ili (pseudo)magnetski monopol u impulsnom prostoru. Svojstvena stanja jednadžbe 2.16 karakterizirana su helicitetom, odnosno kiralnošću jer se radi o bezmasenim česticama. To su Blochova stanja $|u_{n,\mathbf{k}}\rangle$, te se za njih može izračunati Berryjeva konekcija:

$$\mathbf{A}(\mathbf{k}) = -i \sum_{n_{occ}} \langle u_{n,\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} | u_{n,\mathbf{k}} \rangle \quad (2.17)$$

i Berryjeva zakrivljenost (tok):

$$\mathbf{B}(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathbf{A}(\mathbf{k}). \quad (2.18)$$

Berryjev tok poprima oblik:

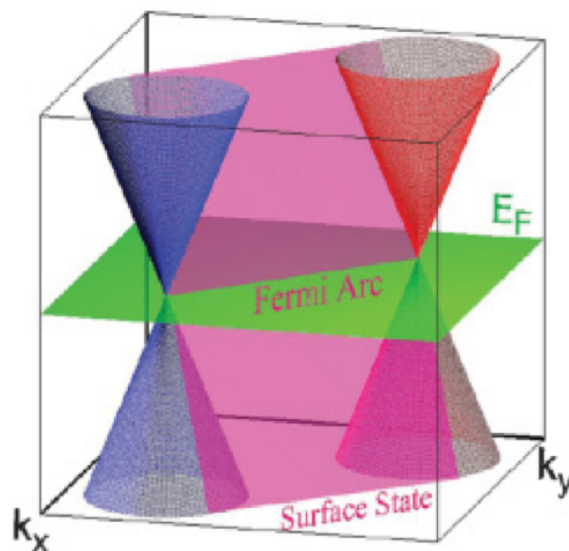
$$\mathbf{B}(\mathbf{k}) = \pm \frac{\mathbf{k}}{2|\mathbf{k}|^3}, \quad (2.19)$$

gdje predznak odgovara kiralnosti Weylove točke. [2] Ovaj izraz, integriran preko

bilo koje površine koja obuhvaća Weylovu točku daje $\pm 2\pi$, i Weylovu točku možemo promatrati kao magnetski monopol, koji je izvor ili ponor Berryjevog toka. Ako primijenimo Gaussov zakon na cijelu Brillouinovu zonu moramo dobiti ukupan tok jednak nuli, jer magnetski monopoli ne postoje. To znači da Weylove točke uvijek dolaze u parovima suprotnih kiralnosti. Ova činjenica je poznata i kao teorem o fermionskom udvostručenju. [1]

Također možemo zaključiti da je jedini način da uništimo Weylovu točku anihilacija s drugom Weylovom točkom suprotne kiralnosti. To je moguće pomicanjem Weylovih točaka u impulsnom prostoru dok ne dođe do njihova preklapanja i otvaranja procijepa, ili slamanjem translacijske simetrije.

Jedna od posljedica činjenice da su Weylove točke izvori i ponori Berryjeve zakrivljenosti jest pojava površinskih stanja jedinstvenih za Weylove polumetale koje zovemo Fermijevi lukovi. Njihovo opažanje koje je moguće ARPES (eng. Angle-resolved photoemission spectroscopy) ili STM (eng. Scanning Tunneling Microscope) mjerenjima daje čvrstu eksperimentalnu potvrdu stanja Weylovog polumetala.



Slika 2.4: Površinska stanja Weylovog polumetala tvore Fermijev luk koji povezuje dvije Weylove točke. [1]

2.3.2 Diracovi polumetali

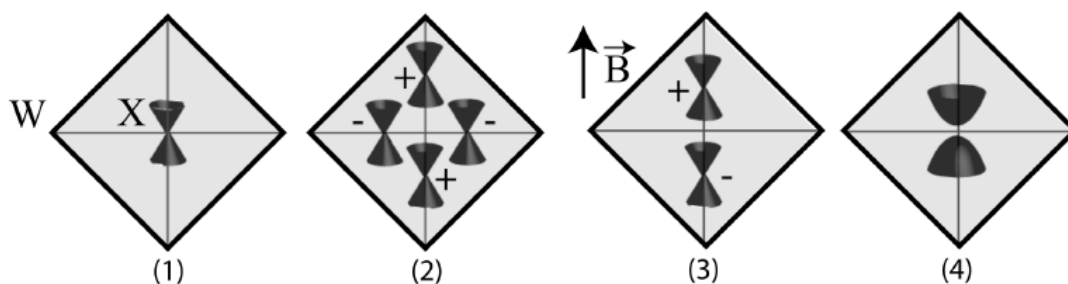
Vidjeli smo da u Weylovim polumetalima mora biti slomljena simetrija na prostornu ili vremensku inverziju. Pretpostavimo da su u kristalu prisutne obje simetrije i da se pojavila Weylova točka na nekom \vec{k} u Brillouinovoj zoni. Zbog simetrije na vre-

mensku inverziju mora postojati Weylova točka iste kiralnosti na $-\vec{k}$. Pošto ukupna kiralnost Weylovih točaka u Brillouinovoj zoni iščezava, mora postojati Weylova točka na nekom \vec{k}' kiralnosti suprotne onoj na \vec{k} . Zbog simetrije na vremensku inverziju, na $-\vec{k}$ mora postojati Weylova točka jednake kiralnosti onoj na \vec{k}' . Postojanje simetrije na prostornu inverziju uvjetuje da Weylove točke na \vec{k} i $-\vec{k}$ imaju suprotne kiralnosti. Sve ovo je moguće jedino ako je $\vec{k} = \vec{k}'$. Dakle, imamo dva para preklapljenih Weylovih točaka, odnosno par četverostruko degeneriranih točaka (Diracovih točaka) u kojima se dodiruju dvije vrpce. [9] Takav sustav se može opisati 4×4 Diracovim hamiltonijanom:

$$H = \hbar v_F \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} & 0 \\ 0 & -\vec{\sigma} \cdot \vec{k} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

koji se može promatrati kao dvije kopije Weylovog hamiltonijana suprotnih kiralnosti. Ako se niskoenergetska pobuđenja u nekom materijalu mogu opisati gornjim hamiltonijanom, onda je to 3D Diracov polumetal.

Diracove točke nisu topološki zaštićene kao Weylove jer je u njima kiralnost nula, ali mogu biti zaštićene dodatnom kristalnom simetrijom. Slamanjem simetrije na vremensku ili prostornu inverziju, do čega može doći postavljanjem u magnetsko polje ili naprezanjem kristala, u Diracovom polumetalu mogu se stvoriti dvije degenerirane Weylove točke te nastaje Weylov polumetal. Ako dođe do takvog slamanja kristalne simetrije koja čuva degeneraciju u Diracovoj točki, otvara se procijep. Ovaj prelazak iz Diracovog u Weylov polumetal prikazan je shematski na slici 2.5.



Slika 2.5: (1) Stanja u Diracovoj točki su četverostruko degenerirana. (2) Pojavljuju se četiri Weylove točke lomljenjem simetrije na prostornu inverziju. Kiralnost točaka označena je predznacima + i -. (3) Pojavljuju se dvije Weylove točke zbog lomljenja vremenske simetrije primjenom magnetskog polja u smjeru takvom da kristalna simetrija ostane sačuvana. (4) Primjena magnetskog polja u bilo kojem drugom smjeru lomi rotacijsku simetriju i dolazi do izolatorskog stanja.

Proces otvaranja procijepa kod Diracovog polimetala naziva se stvaranjem mase Diracovog fermiona. U Weylovim polimetlima to nije moguće nikakvim perturbacijama jer su Weylove točke topološki, a ne simetrijski, zaštićene. Jedini način jest preklopiti ih u impulsnom prostoru, pri čemu se anihiliraju i otvaraju procijep.

I u ovim materijalima opažamo Fermijeve lukove, s tim da je ovdje fizikalno porijeklo tih površinskih stanja različito nego kod Weylovih polimetala, zbog čega postoje i neke razlike. Npr. kod Diracovih polimetala broj Fermijevih lukova na danoj površini može biti veći od 1, Fermijevi lukovi čine zatvorene petlje na površini i ne moraju nužno počinjati i završavati u projekciji Diracove točke na danoj površini. [9]

3 Magnetska svojstva materijala i dHvA kvantne oscilacije

Magnetizam u materijalima javlja se zbog mikroskopskih magnetskih momenata koji nastaju zbog spina i orbitalnog gibanja elektrona. Ukupnu magnetizaciju sustava u vanjskom magnetskom polju opisujemo magnetizacijom \vec{M} , koja je jednaka ukupnom magnetskom dipolnom momentu jediničnog volumena. Često je odziv sustava na vanjsko magnetsko polje linearan:

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (3.1)$$

Ovdje je faktor proporcionalnosti χ magnetska susceptibilnost sustava. U anizotropnim sustavima χ je tenzor, a u izotropnima se reducira na skalar. Razlikujemo nekoliko vrsta magneta: slabe magnete, koje dijelimo na dijamagnete i paramagnete, te jake magnete koje dijelimo na feromagnete, antiferomagnete i ferimagnete. Doprinos dijamagnetizmu i paramagnetizmu dolazi od vezanih elektrona (atomske doprinos), a u metalima postoji i doprinos od vodljivih elektrona. [6]

3.1 Dijamagnetizam

Dijamagnetizam nastaje djelovanjem magnetskog polja na orbitalnu elektronsku valnu funkciju. Pri tome se modificira gibanje elektrona proizvodeći dodatnu električnu struju. Prema Lenzovom pravilu, magnetski dipolni moment kojeg stvara ta dodatna struja orijentirat će se suprotno od vanjskog magnetskog polja. Dakle, inducirani dipoli smanjuju djelovanje vanjskog magnetskog polja. Magnetizacija je proporcionalna iznosu vanjskog magnetskog polja, no dijamagnetska susceptibilnost je negativna:

$$\chi_d < 0 \quad (3.2)$$

Efekt dijamagnetizma je slab, često je zasjenjen drugim, jačim magnetskim djelovanjima, te je gotovo neovisan o temperaturi.

3.2 Paramagnetizam

Elektroni zbog gibanja oko jezgre imaju permanentni magnetski dipolni moment. Elektron s angularnim momentom $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ima magnetski dipolni moment:

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m}\vec{L} \quad (3.3)$$

gdje je e naboj elektrona, a m masa. Magnetskom momentu elektrona doprinosi i spin \vec{S} . Spinski doprinos dan je s:

$$\vec{\mu}_S = -\frac{e}{m}\vec{S} \quad (3.4)$$

Paramagnetsko ponašanje pokazivat će atomi čije vanjske ljuske nisu potpuno popunjene. Efekt vanjskog magnetskog polja je da uređuje postojeće magnetske dipole i orijentira ih u smjeru polja. Dakle, paramagnetska susceptibilnost je pozitivna:

$$\chi_p > 0 \quad (3.5)$$

Magnetski dipoli orijentiraju se u smjeru vanjskog polja jer je tada njihova energija minimalna. Potencijalna energija magnetskog dipola u magnetskom polju dana je s:

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (3.6)$$

S povećanjem temperature, zbog termičkog gibanja elektrona, bit će sve više odstupanja od orijentacije dipola paralelne vanjskom polju te će se smanjivati paramagnetska susceptibilnost sustava. S druge strane, ova tvrdnja ne vrijedi za elektronski plin u metalima koji zbog Paulijeovog principa već na temperaturi apsolutne nule ima dosta veliku energiju pa povećanje temperature ne utječe bitno na njegovu paramagnetsku susceptibilnost.

3.3 Feromagnetizam

U feromagnetima se javlja spontana magnetizacija i bez djelovanja vanjskog magnetskog polja. Feromagnetizam nastaje kao dijamagnetizam, zbog permanentnih magnetskih dipola, te je feromagnetska susceptibilnost također pozitivna. Razlika je što u feromagnetima postoji visok stupanj mikroskopskog uređenja. Spontana magnetiza-

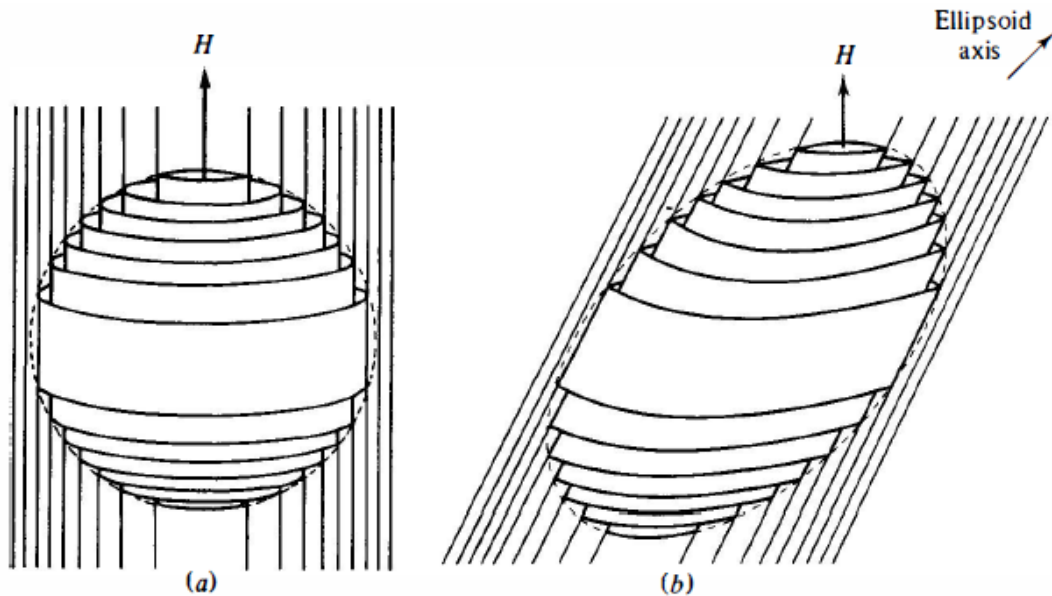
cija je najjača na temperaturi apsolutne nule, a povišenjem temperature se smanjuje. Pri visokim temperaturama feromagnetni prelaze u paramagnetsko uređenje, a temperaturu tog prijelaza nazivamo Curievom temperaturom.

3.4 dHvA kvantne oscilacije

Ovdje ćemo dati kvalitativni pregled kvantnih oscilacija, a detaljni izvodi mogu se naći u [7]. Možemo krenuti od Onsagerovog rezultata da u magnetskom polju B jedina dopuštena stanja leže na prstenovima u k -prostoru koje nazivamo Landauovim prstenovima. Oni su određeni uvjetom kvantizacije:

$$a = \frac{2\pi e}{\hbar} B \left(N + \frac{1}{2} \right), \quad (3.7)$$

gdje je a površina presjeka Landauovog prstena s ravninom okomitom na smjer polja B , N je cijeli broj. Za slobodni elektronski plin čije površine konstantne energije su sfere, Landauovi prstenovi su cilindri sa zajedničkom osi u smjeru polja B (slika 3.1).



Slika 3.1: Shematski prikaz Landauovih prstenova za (a) sferne površine konstantne energije, (b) elipsoidne površine konstantne energije u vanjskom magnetskom polju. Fermijeva površina je prikazana crtkanom linijom. [7]

Ovo slijedi direktno iz rješenja Schrödingerove jednadžbe za slobodne elektrone u magnetskom polju, tj. Landauove nivoe:

$$\epsilon = \left(N + \frac{1}{2} \right) \frac{e\hbar B}{m_0} + \frac{\hbar^2 k_B^2}{2m_0} \quad (3.8)$$

gdje je m_0 masa slobodnog elektrona, a k_B je komponenta k paralelna B .

Na temperaturi $T = 0$ samo stanja unutar Fermijeve površine će biti popunjena. Sada možemo razumjeti zašto gustoća stanja oscilira kada se polje mijenja, a kao posljedica toga osciliraju i vodljivost i magnetizacija. Promotrimo najširi Landauov prsten sa slike 3.1. Kako se polje B povećava, tako će se širina prstena smanjivati sve dok on ne nestane, što se događa kada je $a = A$, gdje je A maksimalna površina presjeka Fermijeve površine i ravnina okomitih na B . Takva nestajanja popunjenih nivoa događaju se periodično kako prstenovi sve manjeg kvantnog broja N prolaze kroz Fermijevu površinu. Period tih prolazaka jednak je $\Delta(1/H) = 2\pi e/(\hbar A)$, a frekvencija F je $1/\Delta(1/H)$:

$$F = (\hbar/2\pi e)A \quad (3.9)$$

Kod svakog prolaska pojedinog Landauovog nivoa kroz Fermijevu površinu možemo očekivati neku anomaliju u ukupnoj energiji popunjenih stanja pa prema tome i oscilacije u veličinama poput magnetizacije, koje su povezane s derivacijom energije.

Na $T = 0$ granica popunjenih i nepopunjenih stanja je oštra i nalazi se na Fermijevoj energiji, a na konačnoj temperaturi ta granica se razmazuje. Ovaj efekt je reda veličine kT i smanjuje naglost prelazaka nivoa preko Fermijeve energije, a time i amplitudu oscilacija. Koliko će biti smanjenje, ovisi o tome kolika je razmazanost u odnosu na energijski razmak susjednih prstenova, tj. o odnosu $kT/\beta B$, gdje je $\beta = e\hbar/mc$ i m je ciklotronska masa.

Efekt konačnog vremena raspršenja τ jest razmazivanje oštrine Landauovih prstenova pa će i to smanjiti amplitudu oscilacija za faktor koji ovisi o $1/\omega_c\tau$, gdje je ω_c ciklotronska frekvencija. Redukcijski faktor je eksponencijalno trnući i nazivamo ga Dingleovim faktorom.

Utjecaj spina elektrona može se objasniti pretpostavkom da spin-gore i spin-dolje elektroni imaju odvojene Landauove prstenove. To vodi na razliku u fazi između oscilacija koje dolaze od spin-gore i spin-dolje elektrona te se javlja interferencija među njima.

Oscilacije u vodljivosti nazivamo Shubnikov-de Haas (SdH) oscilacijama, a u magnetskoj susceptibilnosti de Haas-van Alphen (dHvA) oscilacijama. dHvA oscilacije

magnetizacije analitički se mogu opisati Lifschitz-Kosevich formulom:

$$M_{osc} = A_0 A_T A_D A_S \sin \left[2\pi \left(\frac{F}{B} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} + \beta \right) \right], \quad (3.10)$$

gdje je F frekvencija oscilacija dimenzija $1/T$, a β fazni pomak. Parametar β je Berryjeva faza γ podijeljena s 2π . Za fermione bez spina poznato je da je Berryjeva faza jednaka nuli za paraboličnu energijsku disperziju, tj. za Schrödingerove elektrone, pa je tada i $\beta = 0$. Za Diracove elektrone, koji posjeduju linearnu disperziju, Berryjeva faza jednaka je π , što znači da je $\beta = 1/2$. Dakle, fazni faktor oscilacija direktno reflektira Berryjevu fazu sustava, što nam omogućava da provjerimo jesu li elektroni u sustavu Diracovi fermioni ili ne. Temperaturni faktor A_T , Dingleov faktor A_D i faktor gušenja spina A_S jednaki su redom:

$$A_T = \sqrt{B} \frac{\alpha T/B}{\sinh(\alpha T/B)} \quad (3.11)$$

$$A_D = e^{-\frac{\alpha T_D}{B}} \quad (3.12)$$

$$A_S = \cos \left(\frac{\pi}{2} g \frac{m_c^*}{m_e} \right) \quad (3.13)$$

gdje je $\alpha = 14.69 m_c^*/m_e \text{ TK}^{-1}$. T_D je Dingleova temperatura iz koje možemo izračunati kvantno vrijeme raspršenja na nečistoćama:

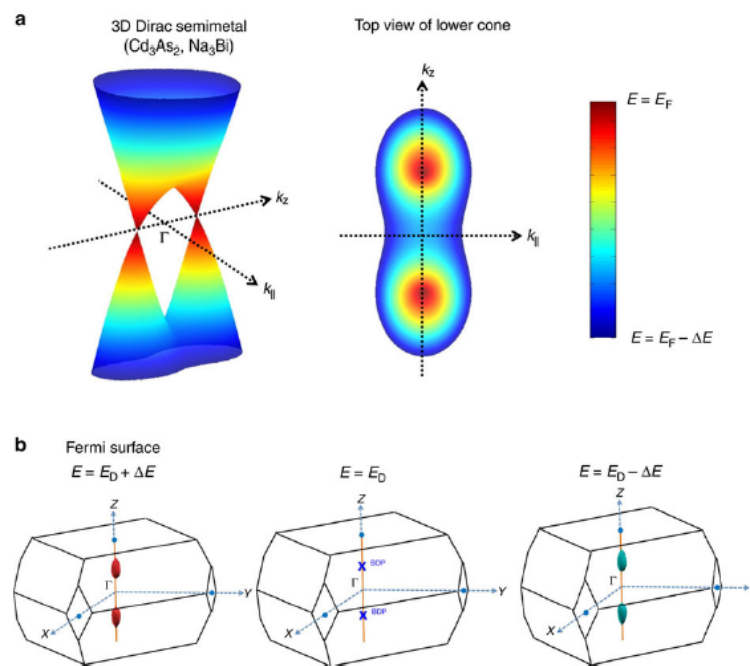
$$T_D = \frac{\hbar}{2\pi k_B \tau} \quad (3.14)$$

Frekvencija F nosi informaciju o gustoći naboja i obliku Fermijeve površine:

$$F = \frac{\hbar}{2e} k_F^2 \quad (3.15)$$

4 Sinteza i karakterizacija

Postupak sinteze i karakterizacije prikazat ćemo na primjeru najistraženijeg topološkog polumetala, Cd_3As_2 . Par Diracovih točaka u Brillouinovoj zoni koje se nalaze na osi rotacijske simetrije prikazan je na slici 4.1 (os simetrije možemo odabrati kao k_z smjer). ARPES mjerenja (eng. Angle-Resolved Photoemission Spectroscopy) daju potvrdu postojanja Diracovih točaka u Cd_3As_2 . U ovom intrinzičnom topološkom polumetalu one su zaštićene upravo rotacijskom simetrijom.

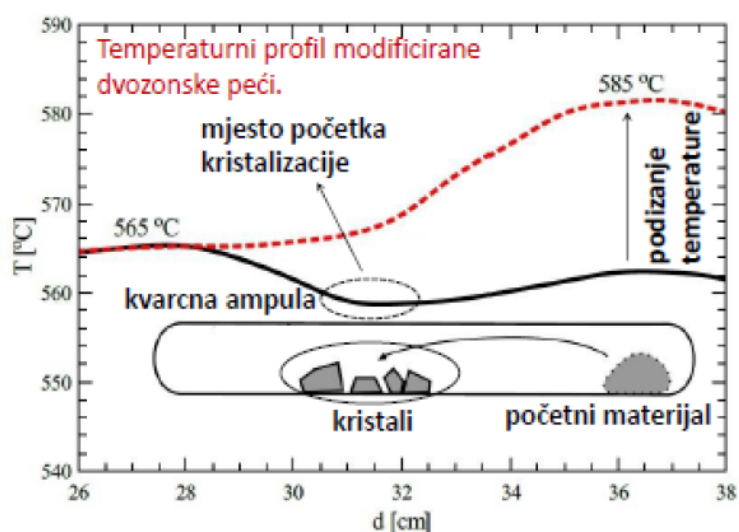


Slika 4.1: (a) Prikaz disperzije Diracovog polumetala (b) Shematski prikaz Fermijeve površine iznad Diracove točke (lijevo), na Diracovoj točki (u sredini) i ispod Diracove točke (desno). [8]

4.1 Sinteza Cd_3As_2

Sinteza monokristalnih uzoraka usavršena je u radu [9]. Korištena je metoda kristalizacije iz plinovite faze. Nekoliko grama Cd i As velike čistoće stavi se u kvarcnu ampulu koja se zatim ispumpava da se postigne visoki vakuum i zatvara taljenjem. Ampula se stavlja u peć na 850°C te se ostavlja 48h tako da Cd i As izreagiraju. Dobiva se polikristalni Cd_3As_2 koji služi kao polazni materijal za sintezu monokristala. Kako bi nastao monokristal, u ampuli mora postojati temperaturni gradijent od oko 20°C , tako da sada ampulu s 0,5 do 1g polikristalnog materijala stavljamo u cijevnu dvozonsku peć čiji je jedan kraj na 585°C , a drugi na 565°C . Temperatura toplijeg

kraja je dovoljna da Cd_3As_2 sublimira, pri čemu sublimiraju molekule, a ne atomi. One se kondenziraju na hladnijem kraju ampule. Gradijent temperature se održava otprilike 48h. U ovakvoj sintezi postojao je problem da se sav početni materijal nakon sublimacije sabije u hladnijem dijelu ampule, pa nisu mogli nastati izolirani kristali. Tome je doskočeno tako da je izrađena cijevna dvozonna peć u kojoj su dvije zone odvojene kvarcnom vunom, a temperature tih dviju zona kontrolirane su nezavisnim kontrolerima. Zbog ovakvog dizajna će na početku najhladniji dio ampule biti u sredini, pa će se tu događati i početak kristalizacije. Na ovaj način dobivaju se izolirani kristali Cd_3As_2 .

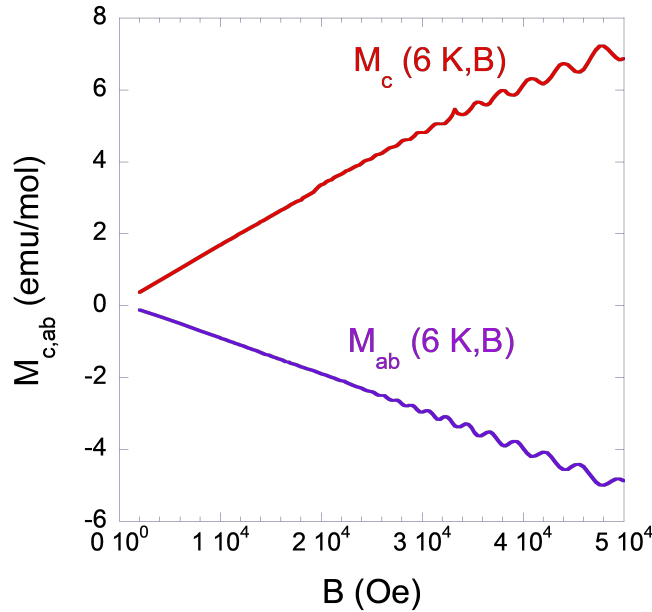


Slika 4.2: Temperaturni profil cijevne dvozonne peći i shematski prikaz sinteze. [9]

4.2 Karakterizacija

Jedna od glavnih metoda karakterizacije topoloških polumetala su mjerenja kvantnih oscilacija koje se u njima opažaju. Iz kvantnih oscilacija možemo dobiti informacije o Fermijevoj površini metala, efektivnoj masi, koncentraciji i mobilnosti nosioca naboja. U pozadini kvantnih oscilacija stoje Landauovi nivoi koji su posljedica gibanja elektrona u magnetskom polju.

Magnetizaciju uzoraka možemo mjeriti SQUID magnetometrom. Dobiva se graf kao na slici 4.3, gdje vidimo linearni odziv na koji su superponirane oscilacije. Ovdje također uočavamo anizotropno ponašanje uzorka budući da za c ravninu uzorka dobivamo paramagnetski odziv, a za ab ravninu dijamagnetski. Da bismo dobili čisti oscilatorni dio, potrebno je ukloniti linearni pozadinski doprinos.

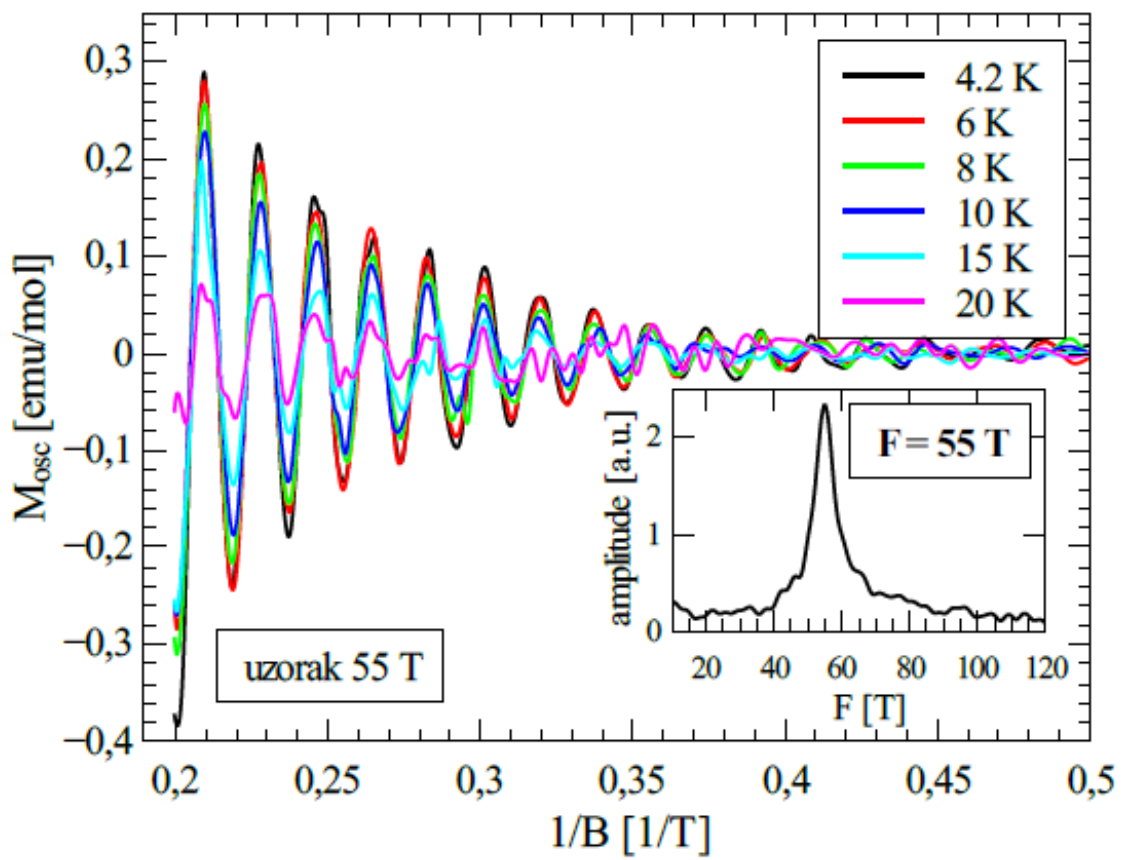


Slika 4.3: Magnetizacija uzorka mjerena SQUID magnetometrom u dvije kristalne ravnine c i ab .

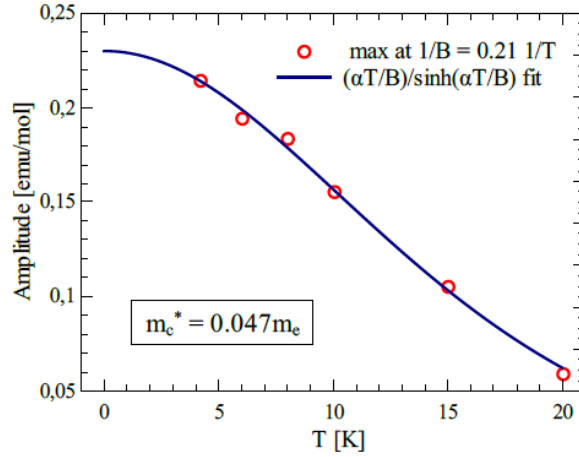
Nakon što smo uklonili pozadinski doprinos, možemo na istom grafu prikazati oscilacije za sve mjerene temperature. Na slici 4.4 prikazan je takav graf za odabrani uzorak Cd_3As_2 kojem je magnetizacija mjerena za 6 različitih temperatura od 4.2 K do 20 K te za magnetska polja do 5T. Možemo uočiti da povećanjem temperature amplituda oscilacija pada. Umetak na grafu prikazuje FFT (eng. fast Fourier transform) kvantnih oscilacija. Vidljivo je da postoji doprinos samo jedne frekvencije - 55T (izraženo u jedinicama $1/T$).

Iz mjerenih podataka možemo odrediti efektivnu ciklotronsku masu i Dingleovu temperaturu. Prilagodбом izraza za temperaturni faktor A_T (3.11) na temperaturnu ovisnost amplitude oscilacija može se dobiti parametar α te iz njega odrediti ciklotronsku efektivnu masu (slika 4.5). Na maksimume oscilacija za jednu određenu vrijednost recipročnog polja $1/B$ na različitim temperaturama prilagođavamo funkciju A_T te iz nje dobivamo faktor α . Za promatrani uzorak dobivena je ciklotronska masa $m_c^* = (0.047 \pm 0.002)m_e$.

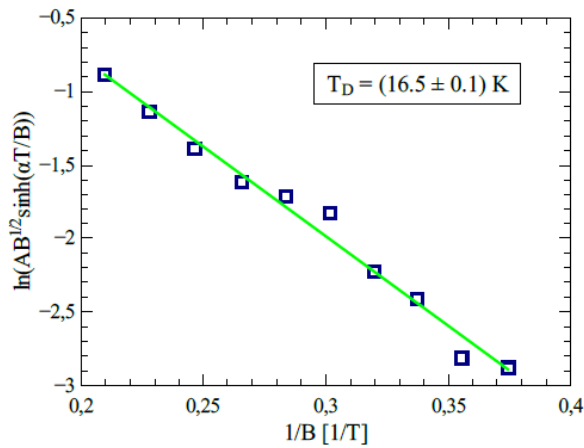
Linearizacijom Dingleovog faktora (3.12) možemo pronaći Dingleovu temperaturu. Kada imamo podatke o ovisnosti amplitude oscilacija o magnetskom polju, njihovu vrijednost unosimo u lineariziranu jednadžbu $\ln[A\sqrt{B}\sinh(\alpha T/B)]$ i provo-



Slika 4.4: dHvA oscilacije Cd_3As_2 mjerene na 6 različitih temperatura. Umetak prikazuje FFT oscilacija. [9]



Slika 4.5: Prilagodba funkcije A_T na graf amplitude oscilacija u ovisnosti o temperaturi za vrijednost $1/B = 0.21 \text{ 1/T}$. [9]



Slika 4.6: Linearna prilagodba za izračun Dingleove temperature. [9]

dimo linearnu regresiju (slika 4.6). Tako dolazimo do vrijednosti za Dingleovu temperaturu od $T_D = 16.5 \text{ K}$. Iz ovoga možemo izračunati kvantno vrijeme raspršenja elektrona na nečistoćama $\tau = 4.6 \cdot 10^{-13} \text{ s}$.

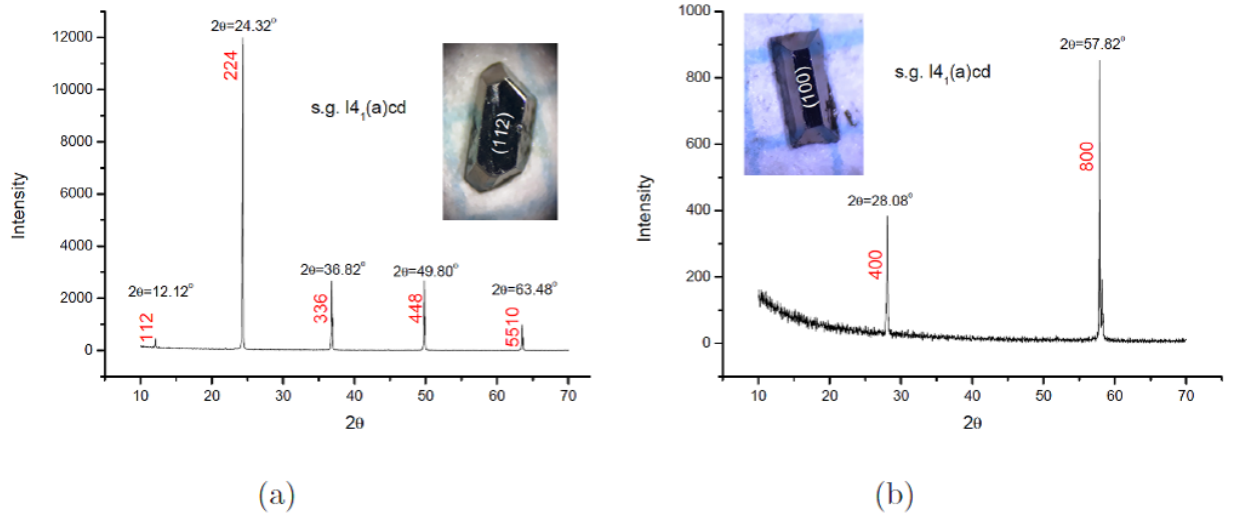
U tablici 4.1 prikazani su parametri Fermijeve površine za ovaj uzorak: omjer efektivne ciklotronske mase i mase elektrona, Dingleova temperatura, kvantno vrijeme raspršenja na nečistoćama, mobilnost, Fermijev valni vektor, Fermijeva brzina, Fermijeva energija i gustoća nosioca iz kvantnih oscilacija pomnožena s 2 (dvije Diracove točke u Cd_3As_2).

Kristalnu strukturu uzorka možemo odrediti difrakcijom X-zraka na XRD difraktogramu za praškaste uzorke. Kristali se prije mjerenja melju u sitni prah. U difraktogramu se pojavljuju samo vrhovi čiji (h, k, l) indeksi odgovaraju određenoj ravnini. Rezultat se uspoređuje s poznatim difraktogramom, što nam omogućuje identifi-

m_c^*/m_e	0.047
$T_D[K]$	16.5
$\tau_Q \cdot 10^{-13}[s]$	4.6
$\mu_Q \cdot 10^4[cm^2/Vs]$	1.7
$k_F \text{ \AA}^{-1}$	0.041
$v_F \cdot 10^6[m/s]$	1.0
$E_F[meV]$	273
$n_{osc} \times 2 \cdot 10^{18}[cm^{-3}]$	4.6

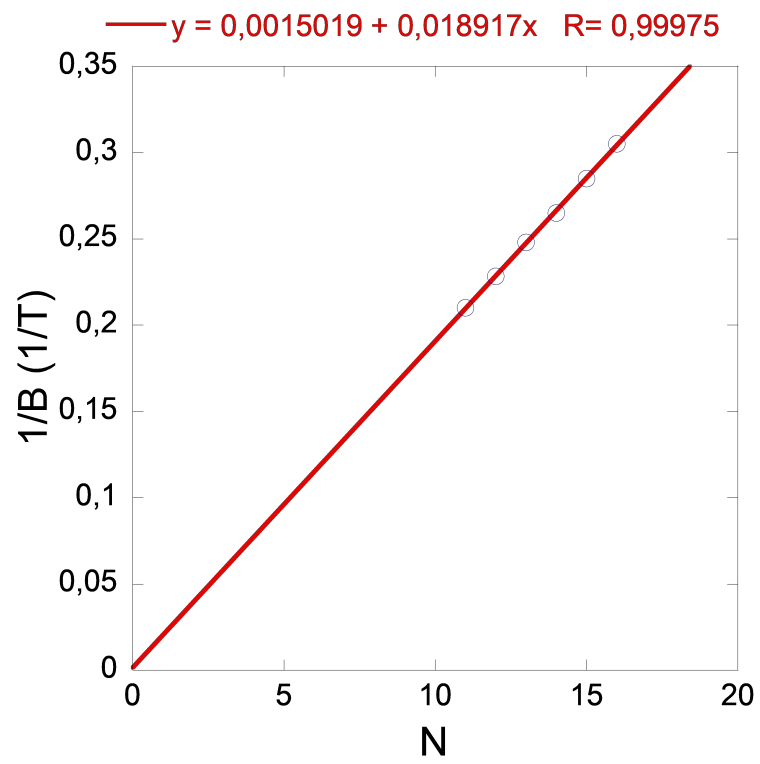
Tablica 4.1: Parametri Fermijeve površine za uzorak Cd_3As_2 s frekvencijom oscilacija 55T

ciju vrhova u sintetiziranom uzorku. Na slici 4.7 su prikazani difraktogrami karakterističnih ravnina za uzorke Cd_3As_2 .



Slika 4.7: XRD difraktogrami dobiveni snimanjem karakterističnih ravnina uzoraka Cd_3As_2 difraktometrom za praškaste uzorke. Na fotografijama su označene snimljene ravnine. [9]

Berryjeva faza kvantnih oscilacija može se odrediti uz pomoć $1/B - N$ grafa, gdje je N indeks koji predstavlja minimume i maksimume oscilacija. Ovakav graf nazivamo 'Landau level (LL) diagram'. Odsječak na y-osi grafa predstavlja ukupnu fazu sustava koja je jednaka nuli, iz čega zaključujemo da je Berryjeva faza jednaka π .



Slika 4.8: LL dijagram

5 Zaključak

Cilj ovoga rada bio je dati teorijski pregled topoloških polimetala te prikazati postupak karakterizacije na primjeru jednog sustava. Odabran je Cd_3As_2 kao do sada najistraživaniji teorijski predviđen Diracov polimetal. Na primjeru Cd_3As_2 prikazana je metoda sinteze te metoda karakterizacije mjerenjem dHvA kvantnih oscilacija. Utvrđeno je da u promatranom uzorku postoji samo jedna frekvencija oscilacija, 55T. Analizom faze kvantnih oscilacija potvrđeno je postojanje Diracovih fermiona te su određeni parametri Fermijeve površine.

6 Metodički dio

6.1 Lorentzova sila i gibanje nabijenih čestica u magnetskom polju

Elektromagnetska sila jedna je od četiri osnovne sile u prirodi, uz gravitacijsku, te jaku i slabu nuklearnu silu. Ogroman broj pojava i tehnologija koje susrećemo u svakodnevnom životu posljedica su elektromagnetskih međudjelovanja. Spomenimo ih samo nekoliko, naizgled možda nepovezanih: statički elektricitet u kosi, munja tijekom nevremena, električna struja, pohrana podataka u kompjuterima, razni medicinski uređaji, spektar elektromagnetskog zračenja i tehnologije bazirane na njemu... Razumijevanje prirode ovih pojava nužno je za razumijevanje svijeta u kojem živimo. U ovom radu obrađena je nastavna jedinica „Lorentzova sila i gibanje nabijenih čestica u magnetskom polju“. U drugom razredu gimnazije, nakon nastavnih cjelina o elektrostatici i električnoj struji, raspravlja se o magnetskom polju. Prvo se uvodi magnetsko polje magneta, a zatim djelovanje magnetske sile na vodič kojim teče električna struja. Nakon toga obrađuje se Lorentzova sila, tj. sila koja djeluje na nabijenu česticu koja se giba u električnom i magnetskom polju. Ova nastavna jedinica zanimljiva je učenicima zbog raznih primjena koje možemo, po izboru, iskoristiti u pripremi. To su rad ciklotrona, polarna svjetlost, van Allenov pojas, magnetohidrodinamički pogon i slično. U trećem razredu gimnazije, nakon titranja i valova, učenici se susreću s elektromagnetskim valovima i spektrom elektromagnetskog zračenja, koje nije moguće usvojiti bez prethodnog znanja elektromagnetizma.

Kako bismo potaknuli intelektualni angažman učenika za vrijeme nastave te kod učenika razvijali znanstveno zaključivanje te razne sposobnosti, koristimo interaktivnu istraživački usmjerenu nastavu [10]. Istraživanja pokazuju da je ovakav pristup mnogo učinkovitiji u razvijanju razumijevanja kod učenika od klasične predavačke nastave. Istraživački aspekt nastave postignut je ako učenici traže odgovore na znanstvena pitanja, formuliraju i testiraju hipoteze, osmišljaju i provode pokuse, samostalno zapisuju svoja predviđanja, opažanja i zaključke, prezentiraju drugima svoje rezultate i argumentirano ih brane. Cilj ovakvog pristupa nastavi fizike je razvijanje znanstvenog zaključivanja te stjecanje proceduralnog znanja, koje će svima biti od koristi u osobnom i profesionalnom razvoju, za razliku od čisto deklarativnog znanja. Razvoj formalnog mišljenja ne događa se spontano kao kod konkretnog mišljenja, nego ga je potrebno potaknuti, a ovakva nastava pridonosi upravo tome.

Interaktivnost se postiže korištenjem interaktivnih nastavnih metoda, a to su razredna rasprava, konceptualna pitanja s karticama, kooperativno rješavanje zadataka u malim skupinama, interaktivno izvođenje pokusa te računalne interaktivne metode. Ove metode nam omogućuju da održimo angažman učenika tijekom cijelog sata te da dobijemo uvid u njihovo zaključivanje i razumijevanje još za vrijeme nastave, tako da možemo na vrijeme intervenirati kad se pojavi potreba za time. U ovakvom tipu nastave nastavnik ima ulogu poticanja, vođenja i usmjeravanja te postavljanja pravih problema i pitanja, a ne iznošenja gotovog znanja pred učenike.

Struktura sata u interaktivnoj istraživački usmjerenoj nastavi fizike sastoji se od tri dijela: uvodnog, središnjeg i završnog. Uvodni dio sata daje nam motivaciju za proučavanje određene pojave. Sat otvaramo uvodnim problemom (pitanjem ili pokusom) koji je obično povezan s nekom zanimljivošću iz svakodnevnog života. Time pobuđujemo učenički interes i pokazujemo zašto nam je tema bitna, a učenici ju imaju priliku povezati sa svojim prijašnjim znanjima. Novu pojavu je potrebno demonstrirati i eksperimentom prilikom kojeg učenici opisuju svoja opažanja. Nakon opažanja, uvodimo naziv nove pojave te prelazimo na središnji dio sata u kojem konstruiramo model i matematički opis te pojave. Provodimo vođeno istraživanje u kojem učenici istražuju uz puno usmjeravanja i vođenja od strane nastavnika, za razliku od otvorenog istraživanja gdje učenici istražuju potpuno samostalno, a koje je prikladno za dodatnu nastavu (za naprednu grupu ili učeničke projekte). Nastavnik postavlja istraživačko pitanje (ili više njih) kojim usmjerava učenike na konkretan problem koji treba istražiti, npr. o čemu ovisi pojava ili kako ju opisati. Od učenika se traži da osmisle pokuse, opišu ih i daju predviđanja, da iznose svoja opažanja, zapisuju i analiziraju rezultate. Istraživanje se može provoditi frontalno ili u parovima/grupama ako za to postoji mogućnost. Neke škole nisu dovoljno opremljene za izvođenje pokusa, a neke je pokuse nemoguće provesti u razredu. U tim slučajevima koristimo snimljene pokuse i interaktivne računalne simulacije. Kroz opisani proces istraživanja učenici razvijaju brojne sposobnosti koje nadilaze sam predmet fizike. Završni dio sata služi za primjenu izgrađenoga modela i evaluaciju učeničkoga razumijevanja, a uz to i nastavnik evaluira provedeni sat kako bi ga po potrebi mogao poboljšati. Učenici primjenjuju novostečeno znanje na primjere iz svakodnevnog života, pri čemu se može iskoristiti i uvodni problem s početka sata. Učenici odgovaraju na konceptualna pitanja te argumentiraju svoje odgovore, rješavaju jednostavne zadatke

u manjim grupama, ili provode aplikacijske pokuse. Kroz ove aktivnosti imaju priliku vidjeti čemu služi novostečeno znanje i kakve probleme s njim možemo riješiti, što su bitna pitanja za svakog učenika.

6.2 *Nastavna priprema*

Nastavna priprema na temu „Lorentzova sila i gibanje nabijenih čestica u magnetskom polju“ predviđena je za 2 školska sata za drugi razred prirodoslovno-matematičke gimnazije. Vrsta nastave je interaktivna istraživački usmjerena nastava. Nastavni sat je zamišljen da se provodi frontalno. Ako za to postoji mogućnost, računalne simulacije mogu se izvoditi u parovima u računalnoj učionici. Nastavne metode koje se koriste tijekom provođenja sata su demonstracija pokusa/simulacija, metoda razgovora-usmjerena rasprava, konceptualna pitanja s karticama i metoda pisanja/crtanja. Da bi se nastavni sat proveo u zamišljenom obliku, od nastavnih pomagala i sredstava su potrebni: katodna cijev, magnet, računalne simulacije „Charged Particle in a Magnetic Field“ i „Charged Particle in a Magnetic Field 3D“, dostupne na: <https://ophysics.com/em7.html> i <https://ophysics.com/em8.html>. U pripremi su korišteni izvori [11]- [15].

Učenik će nakon sata moći:

- opisati i primijeniti Lorentzovu silu
- navesti i objasniti matematički izraz za Lorentzovu silu
- primijeniti pravilo desne ruke za magnetsku silu
- analizirati gibanje nabijene čestice u magnetskom polju koristeći koncepte iz dinamike i kinematike
- navesti, objasniti i primijeniti izraze za polumjer, period i frekvenciju kružnog gibanja nabijene čestice u magnetskom polju

Učenik će tijekom sata:

- razvijati sliku o sebi, samopoštovanje i samopouzdanje, prepoznavanje, prihvaćanje i upravljanje svojim emocijama i ponašanjem
- razvijati socijalne i komunikacijske vještine, suradnju i timski rad

- upravljati svojim učenjem – postavljati ciljeve učenja, planirati i odabirati pristupe učenju te pratiti, prilagođavati i samovrednovati proces i rezultate učenja
- razvijati upornost, pozitivan odnos prema radu i radne navike, sposobnost samoprocjene i kritičkog mišljenja te definiranja i rješavanja problema
- učinkovito komunicirati i surađivati u digitalnome okruženju

TIJEK NASTAVNOG SATA

1) Uvodni dio: otvaranje problema, prikupljanje ideja, upoznavanje pojave

UVODNI PROBLEM: Jeste li ikada čuli za polarnu svjetlost (auroru borealis)?
Znate li kako nastaje?



Slika 6.1: Aurora borealis, fotografija preuzeta iz [12]

Prikupljamo učeničke ideje. Do potpunog objašnjenja doći ćemo u završnom dijelu sata.

Polarna svjetlost povezana je s gibanjem nabijenih čestica u magnetskom polju, pa to gibanje moramo istražiti.

OPSERVACIJSKI POKUS:

Već nam je poznato da u katodnoj cijevi možemo promatrati snop elektrona. Što mislite da će se dogoditi s tim snopom ako katodnoj cijevi približim potkovasti magnet? Između polova ovoga magneta (Slika 6.2) imamo homogeno magnetsko polje čije silnice idu iz N-pola (crveno) u S-pol magneta (plavo).

Tražimo učenička predviđanja, a nakon izvođenja pokusa njihova opažanja.

Što se dogodilo kada smo katodnoj cijevi približili magnet? Što ste primijetili? Što iz toga možete zaključiti?

Učenici trebaju uočiti da se približavanjem magneta putanja elektronskog snopa otklonila te iz toga mogu zaključiti da magnetsko polje utječe na gibanje nabijenih čestica. Raspravom dolazimo do zaključka da, kako bi se promijenio smjer brzine elektrona, mora postojati sila koja to uzrokuje. Pošto ona dolazi od djelovanja magneta, nazvat ćemo ju magnetska sila.

Možete li opisati svojstva magnetske sile? Koji je smjer magnetske sile u odnosu na brzinu elektrona? A u odnosu na vektor magnetskog polja?

Učenici uočavaju da je magnetska sila na Slici 6.2 usmjerena prema dolje. Smjer magnetske sile okomit je na smjer brzine elektrona, ali i na smjer vektora magnetskog polja.

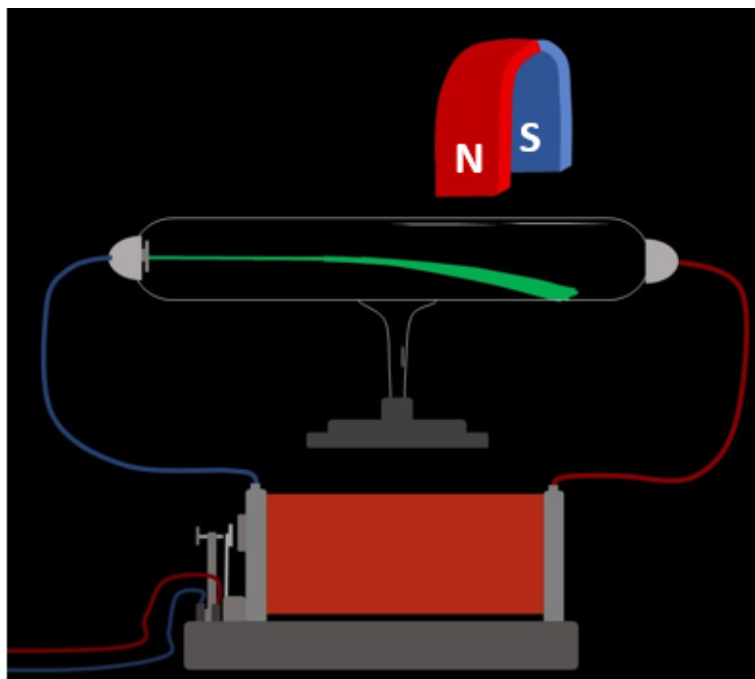
U našem slučaju, snop elektrona nalazi se i u električnom polju. Ako se čestica giba u električnom i magnetskom polju, ukupna sila (zbroj električne i magnetske sile) koja na nju djeluje naziva se Lorentzova sila.

Zapisujemo naslov na ploču te zatražimo od učenika da skiciraju pokus i zapišu svoje zaključke.

2) Središnji dio sata: konstrukcija modela - fizikalni i matematički opis pojave

O čemu ovisi Lorentzova sila i kako je matematički opisati? (Interaktivni izvod)

Učenici iznose svoje ideje. Cilj je odrediti izraz za magnetsku silu na naboj u gibanju,



Slika 6.2: Otklon snopa elektrona u katodnoj cijevi u magnetskom polju

a potom i izraz za Lorentzovu silu. Kroz raspravu navodimo učenike da pokušaju povezati svoje postojeće znanje o sili na vodič kojim teče struja u magnetskom polju (Ampereovoj sili), s postavljenim problemom.

Sjetimo se kako magnetsko polje djeluje na vodič kojim teče struja. U magnetskom polju vodič kojim teče struja se otklanja, tj. na njega djeluje sila koju smo nazvali Ampereova sila. Iznos te sile proporcionalan je magnetskom polju, jakosti struje, duljini vodiča te sinusu kuta kojeg vodič zatvara sa silnicama polja:

$$F_A = BIl\sin\phi \quad (6.1)$$

Može li nam to pomoći kako bismo odredili magnetsku silu na naboj u gibanju?

Učenici iznose svoje pretpostavke, a po potrebi ih usmjeravamo dodatnim potpitanjima.

Što je zapravo električna struja kroz vodič?

Električna struja je usmjereno gibanje slobodnih elektrona.

Što promatramo u katodnoj cijevi?

Promatramo snop elektrona, dakle to je također struja elektrona.

Možemo li onda primijeniti Ampereovu silu i na taj snop elektrona? Kako bi ona bila povezana s magnetskom silom na pojedinačni elektron?

Možemo primijeniti Ampereovu silu, te ju možemo promatrati kao zbroj svih magnetskih sila koje djeluju na pojedinačne elektrone u vodiču.

Možemo li iz izraza za Ampereovu silu izvesti izraz za magnetsku silu na pojedinačne naboje u gibanju?

Krenimo od poznatog izraza za Ampereovu silu:

$$F_A = BIl\sin\phi \quad (6.2)$$

Zapišite izraz za struju na drugi način.

Podsjećamo učenike da je struja proporcionalna iznosu naboja elektrona e , gustoći slobodnih elektrona n , srednjoj brzini njihova usmjerenog gibanja v te površini presjeka vodiča S :

$$I = enSv \quad (6.3)$$

Učenici zapisuju:

$$F_A = enSvBl\sin\phi \quad (6.4)$$

Čemu je jednak umnožak nSl ?

Budući da je n broj slobodnih elektrona u jediničnom obujmu, a Sl obujam vodiča, onda je umnožak nSl broj slobodnih elektrona u vodiču. Obilježimo li taj broj s N ($N = nSl$), izraz za Ampereovu silu glasi:

$$F_A = nBevs\sin\phi \quad (6.5)$$

Kako ćemo iz ovoga dobiti iznos sile na jedan elektron?

Podijelimo li jednadžbu s brojem slobodnih elektrona u vodiču N , dobit ćemo silu na

jedan elektron, a to je magnetska sila:

$$F = \frac{F_A}{N} = Bev\sin\phi \quad (6.6)$$

Općenito naboj čestice označavamo s Q , pa je konačan izraz za magnetsku silu na naboj u magnetskom polju:

$$F_A = BQv\sin\phi \quad (6.7)$$

Dakle, o čemu ovisi magnetska sila na naboj u gibanju i kako?

Magnetska sila na naboj u gibanju proporcionalna je magnetskom polju (B), naboju (Q), brzini (v) čestice, te o sinus kuta (ϕ) što ga smjer brzine zatvara sa smjerom silnica magnetskog polja.

Za koji iznos kuta ϕ će sila biti najjača?

Sila će biti najjača kada je brzina nabijene čestice okomita na silnice magnetskog polja jer sinus kuta 90° iznosi 1. Sila se tada računa prema formuli:

$$F = QvB \quad (6.8)$$

Kada je brzina čestice paralelna silnicama magnetskog polja, kolika će biti magnetska sila na česticu?

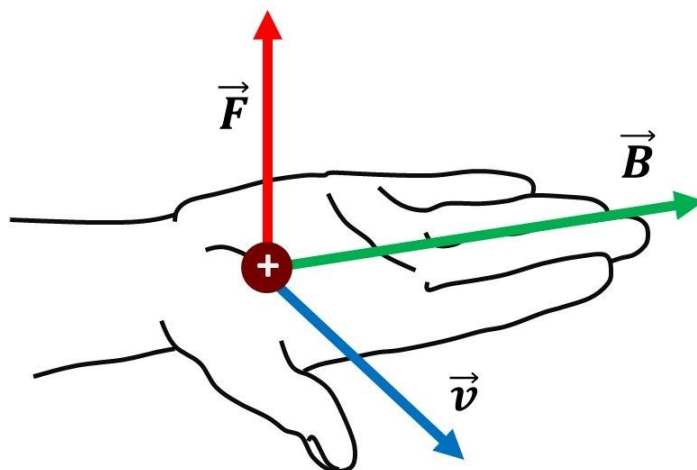
Kada je brzina čestice paralelna silnicama magnetskog polja, magnetska sila na česticu će biti jednaka nuli, jer sinus kuta 0° iznosi 0.

Ukupna sila na česticu koja se giba u električnom i magnetskom polju naziva se Lorentzova sila. Kako će glasiti matematički izraz za Lorentzovu silu?

$$\vec{F} = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{mag} \quad (6.9)$$

Kako bismo odredili smjer magnetske sile? Učenici se mogu prisjetiti da smo smjer sile na vodič u magnetskom polju određivali pravilom desne ruke. Budući da smjer struje odgovara smjeru gibanja čestice pozitivnog naboja, pravilom desne ruke možemo odrediti i smjer magnetske sile na pozitivni naboj. Prste ispružimo u smjeru

silnica magnetskog polja, a palac u smjeru brzine čestice. Tada sila na pozitivno nabijenu česticu ima smjer iz dlana. Smjer sile na negativno nabijenu česticu bio bi suprotan smjeru na pozitivno nabijenu česticu. Bitno je primijetiti da je smjer sile okomit i na brzinu čestice i na magnetsko polje.



Slika 6.3: Pravilo desne ruke

Djeluje li magnetska sila na naboj koji miruje? Kada smo promatrali vodič u magnetskom polju kojim nije tekla struja, je li na njega djelovala Ampereova sila? Na vodič kojim ne teče struja ne djeluje Ampereova sila.

Što iz toga možemo zaključiti? Ako naboj miruje u magnetskom polju, onda na njega ne djeluje magnetska sila.

Kako se nabijena čestica giba u magnetskom polju? Promotrit ćemo nekoliko različitih slučajeva.

Razmislimo prvo kako će se gibati pozitivno nabijena čestica koja uleti u homogeno magnetsko polje okomito na silnice polja. Što predviđate? Koja sila djeluje na tu česticu? U kojem smjeru? Zatražimo od učenika da skiciraju navedeni problem, prikupljamo njihove ideje te kroz raspravu dolazimo do rješenja.

Učenici trebaju prepoznati da će na nabijenu česticu koja uleti u magnetsko polje djelovati magnetska komponenta Lorentzove sile. Zatim trebaju primijeniti pravilo desne ruke kako bi odredili smjer sile. Kada uvide da je ta sila stalnog iznosa, te okomita na smjer brzine, trebali bi doći do zaključka da će se pod utjecajem te sile

čestica gibati jednoliko po kružnici.

ISTRAŽIVAČKO PITANJE: O čemu ovisi polumjer kruženja čestice?

Učenici iznose svoje pretpostavke o kojim bi veličinama mogao ovisiti polumjer kruženja čestice. Zapišemo pretpostavke na ploču.

Kako bismo to mogli provjeriti? Na što pritom moramo paziti?

Zadatak učenika je da osmisle eksperiment kojim bismo mogli provjeriti o čemu ovisi polumjer kruženja čestice i kakva je ta ovisnost, a pritom moraju paziti na kontrolu varijabli.

Koristimo simulaciju „Charged Particle in a Magnetic Field“ kako bismo istražili kako promjena pojedine varijable (masa čestice, brzina čestice, naboj čestice, magnetsko polje) utječe na polumjer kruženja čestice. Prvo istražujemo kako promjena mase čestice utječe na polumjer, držeći pritom ostale tri varijable konstantnima. Nakon svake promjene iznosa mase, upitamo učenike što su uočili, te na kraju zatražimo da zapišu svoja opažanja. Isti postupak ponovimo s ostale tri varijable.

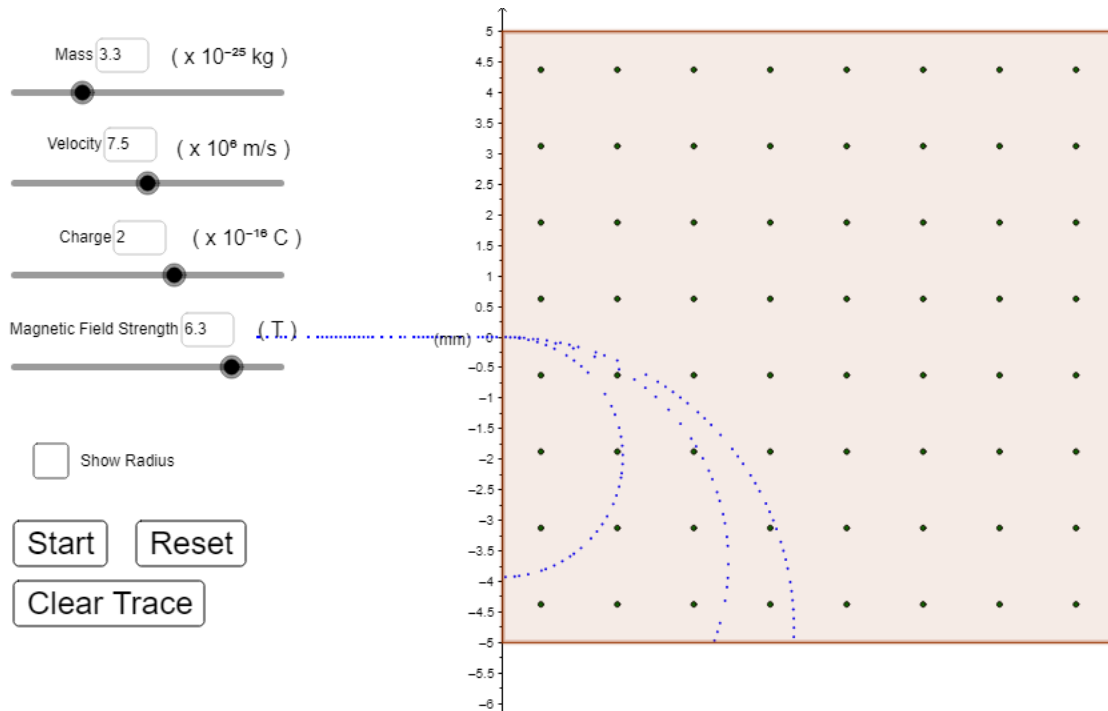
Primjer je na slici 6.4. Prikazane su putanje nabijene čestice u magnetskom polju za tri različita iznosa mase čestice.

Što možemo zaključiti iz ovoga što smo sada vidjeli?

Zatražimo od učenika da samostalno zapišu zaključak u bilježnice, a zatim nekoliko njih prozovemo da pročitaju što su napisali. Zaključak ovog istraživanja je da polumjer kruženja čestice raste s povećanjem mase i brzine čestice, a smanjuje se povećanjem naboja čestice i magnetskog polja.

Kako tu ovisnost možemo matematički izraziti? Zašto uopće dolazi do kruženja čestice?

Učenici trebaju prepoznati da magnetska komponenta Lorentzove sile igra ulogu centripetalne sile. Ovo je dobar primjer primjene postojećeg znanja (iz kinematike i



Slika 6.4: Simulacija putanje nabijene čestice. Prikazane su putanje za tri različita iznosa mase, bez promjene ostalih varijabli

dinamike) u novom kontekstu (elektromagnetizma).

$$QvB = \frac{mv^2}{r} \quad (6.10)$$

Slijedi da izraz za polumjer kruženja možemo zapisati u obliku razlomka:

$$r = \frac{mv}{QB} \quad (6.11)$$

Kako se ovaj izraz slaže s vašim rezultatima pokusa?

Izraz se slaže s rezultatima pokusa.

Kako bi glasilo izraz za period kruženja čestice?

Ako uvrstimo $v = 2r\pi/T$ u izraz za polumjer, lako dolazimo do izraza za period kruženja:

$$T = \frac{2\pi m}{QB} \quad (6.12)$$

Kako bi glasilo izraz za frekvenciju kruženja čestice?

Umjesto brzine uvrstimo $v = 2r\pi f$ pa dobivamo izraz za frekvenciju kruženja:

$$f = \frac{BQ}{2\pi m} \quad (6.13)$$

Promotrimo sada drugi slučaj. Kako bi se gibala nabijena čestica koja uleti u magnetsko polje paralelno silnicama polja?

Učenici iznose svoje pretpostavke. Raspravom dolazimo do zaključka da će magnetska sila na česticu u ovom slučaju biti jednaka nuli, pa će se čestica gibati jednoliko pravocrtno, pošto je imala početnu brzinu.

I konačno, kako bi se gibala nabijena čestica koja uleti u magnetsko polje početnom brzinom koja sa silnicama magnetskom polja zatvara neki kut veći od nule, a manji od 90° ?

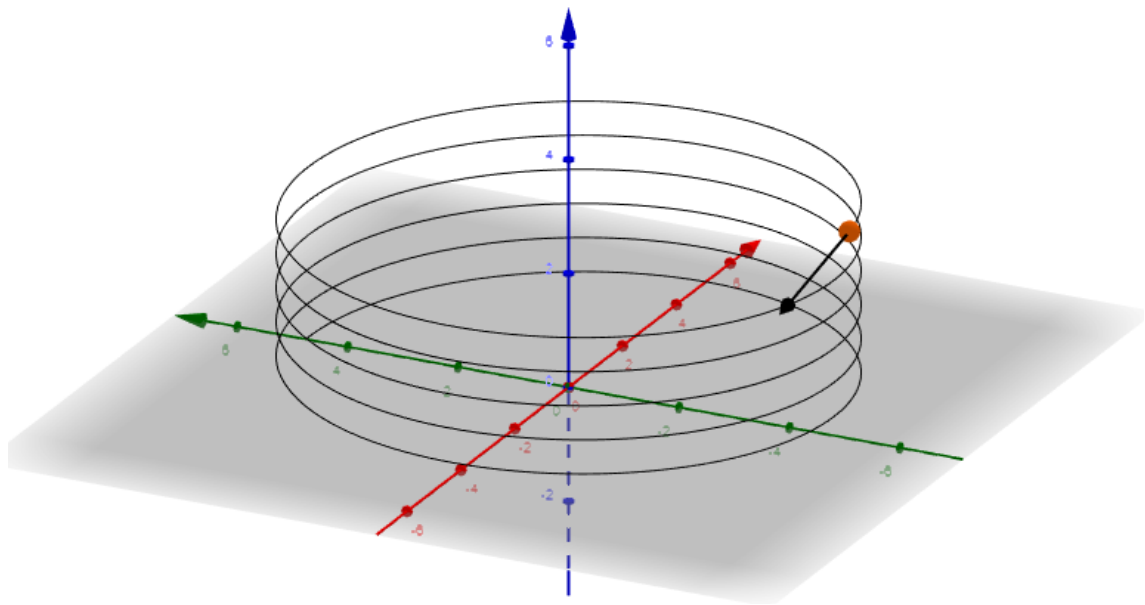
U ovom slučaju čestica će imati komponentu brzine okomitu na silnice te komponentu brzine paralelnu silnicama. Učenici skiciraju ovaj slučaj s rastavljanjem brzine na komponente. Zbog komponente brzine okomite na silnice, čestica se gibata jednoliko po pravcu duž silnica. Istovremeno, zbog komponente brzine paralelne silnicama gibata se jednoliko po kružnici. Dakle, imamo složeno gibanje, a resultantna putanja je spiralnog oblika.

Gibanje možemo prikazati simulacijom „Charged Particle in a Magnetic Field 3D“. Primjer je prikazan na Slici 6.5.

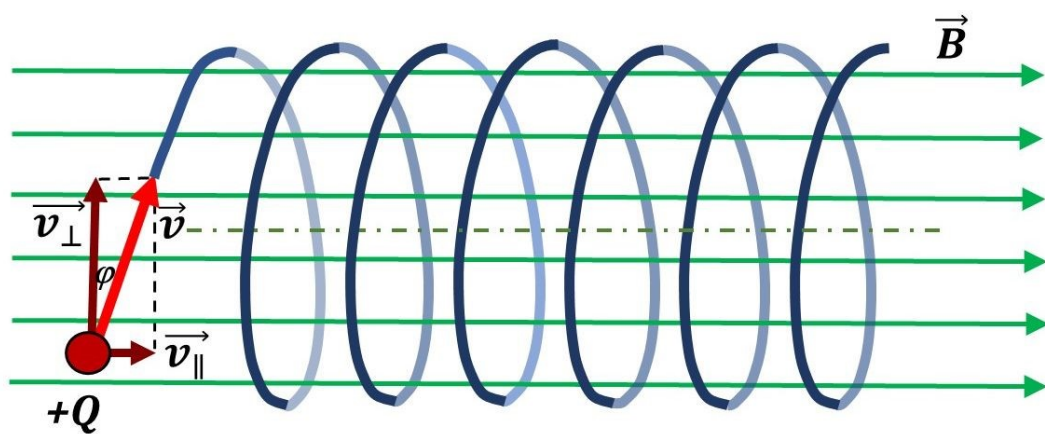
3) Završni dio: primjena modela - korištenje novostečenog znanja u novim situacijama, provjera ostvarenosti obrazovnih ishoda

Vraćamo se na uvodni problem i objašnjavamo pojavu uz pomoć novog znanja.

Prva dva zadatka navedena u ovom dijelu pripreme učenici rješavaju pomoću kartica s ponuđenim odgovorima. Za svaki zadatak nekoliko učenika objašnjava zašto su izabrali svoj odgovor. U slučaju da kod nekog zadatka prevladavaju netočni odgovori, zadržimo se dulje na tom pitanju i raspravimo ga s cijelim razredom. Treći zadatak učenici rješavaju u parovima ili manjim grupama.



Slika 6.5: Prikaz spiralne putanje čestice u magnetskom polju, s brzinom koja sa silnicama magnetskog polja zatvara neki kut veći od nule, a manji od 90° .



Slika 6.6: Skica gibanja s brzinom rastavljenom na komponente

POLARNA SVJETLOST

Prvo treba razmotriti što se događa kada nabijena čestica ulijeće pod nekim kutem u nehomogeno magnetsko polje te se giba npr. iz područja slabijeg u područje jačeg magnetskog polja. Učenici trebaju skicirati tu situaciju te za nekoliko točaka nacrtati Lorentzovu silu. Iz toga bi trebali zaključiti da kada čestica dođe u područje gdje se silnice znatno zgušnjavaju, Lorentzova sila će djelovati u smjeru takvom da „reflektira“ česticu unazad. Taj efekt nazivamo efekt magnetskog zrcala.

Ako sada promotre gibanje nabijene čestice u magnetskom polju oblika tzv. magnetske boce, nije teško zaključiti da će se čestica gibati naprijed-natrag unutar boce, tj. bit će zarobljena unutar takvog polja. No, postoji li ipak mogućnost da čestica pobjegne iz takvog magnetskog polja? Učenici bi se trebali dosjetiti da u slučaju kada je brzina čestice paralelna magnetskim silnicama, magnetska sila na nju je jednaka nuli. Čestica tada može „pobjeći“ iz boce.

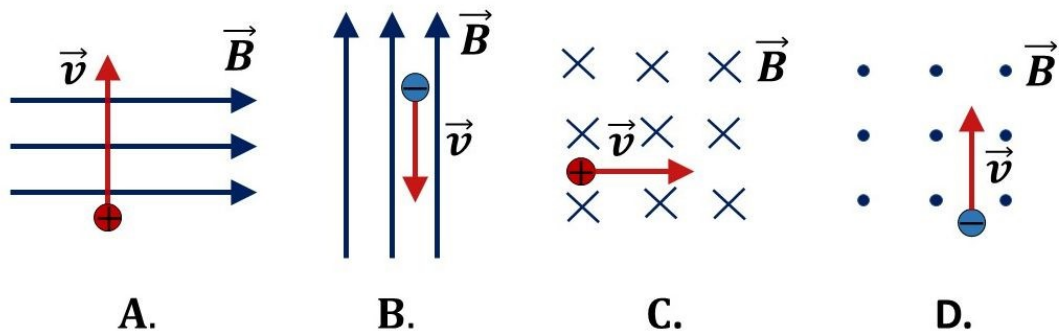
No kakve to ima veze s polarnom svjetlosti?

Poznato nam je da Zemlja ima svoje magnetsko polje. Ako se prisjetimo kako ono izgleda, podsjetit će nas na magnetsku bocu o kojoj smo upravo razgovarali. Dodajmo sad činjenicu da na Zemlju neprestano nalijeće veliki broj brzih nabijenih čestica iz svemira. To su uglavnom elektroni i protoni. Te čestice međudjeluju sa česticama u atmosferi, a rezultat toga je „pljusak“ novih nabijenih čestica. One bivaju uhvaćene u divovskoj geomagnetskoj boci te se gibaju po spirali duž magnetskih silnica. Kad se približe magnetskom polu reflektiraju se i tako iznova.

Što se događa s tim česticama kada uđu u atmosferu približavajući se magnetnim polovima Zemlje?

Ulaskom u atmosferu brzi elektroni se sudaraju s molekulama i atomima u atmosferi, koji pritom emitiraju svjetlost. Ta svjetlost je polarna svjetlost ili aurora. Kisikovi atomi emitiraju zelenu, a dušikove molekule ljubičastu svjetlost.

Zadatak 1: Svaki od crteža prikazuje pozitivno (crvena) ili negativno (plava) nabijenu česticu koja se giba brzinom v kroz magnetsko polje B . Odredite za svaki od slučajeva A, B, C i D smjer sile kojom polje djeluje na česticu



Slika 6.7: Slika uz Zadatak 1

- a) sila djeluje ulijevo
- b) sila djeluje u ravninu crtanja
- c) sila je jednaka nuli
- d) sila djeluje prema gore

Točni odgovori: A. b), B. c), C. d), D. a)

Zadatak provjerava obrazovne ishode: opisati i primijeniti Lorentzovu silu, primijeniti pravilo desne ruke za magnetsku silu

Zadatak 2: Proton uleti u magnetsko polje $B = 2\text{T}$ brzinom $v = 10^6\text{m/s}$ okomitom na silnice magnetskog polja. Kako će se pri tom promijeniti kinetička energija protona?

- a) povećat će se
- b) smanjit će se
- c) ostat će jednaka

Točan odgovor: c)

Magnetska sila na proton okomita je na smjer brzine protona, pa je rad te sile jednak nuli. Stoga se kinetička energija protona ne mijenja. Mijenja se jedino smjer brzine, ali ne i iznos.

Zadatak provjerava obrazovne ishode: opisati i primijeniti Lorentzovu silu, navesti i objasniti matematički izraz za Lorentzovu silu, analizirati gibanje naboja u magnet-

skom polju koristeći koncepte iz dinamike i kinematike

Zadatak 3: U magnetskom polju indukcije 1mT snop elektrona opisuje kružnicu polumjera 5cm u ravnini okomitoj na silnice.

a) Kolika je kinetička energija elektrona?

b) Za koje se vrijeme smjer brzine elektrona promijeni za 180°?

Masa elektrona je $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, a njegov je naboj $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Rješenje:

$$E_K = 3,5 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$T/2 = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Zadatak provjerava obrazovne ishode: opisati i primijeniti Lorentzovu silu, navesti i objasniti matematički izraz za Lorentzovu silu, analizirati gibanje naboja u magnetskom polju koristeći koncepte iz dinamike i kinematike, navesti, objasniti i primijeniti izraze za polumjer, period i frekvenciju kružnog gibanja nabijene čestice u magnetskom polju

Bibliography

- [1] Wehling, T.O., Black-Schaffer, A.M., Balatsky, A.V. Dirac Materials. // *Advances in Physics* Vol. 63:1, 1-76 (2014)
- [2] Burkov A.A. Topological Semimetals. // *Nature Mater* 15, 1145–1148 (2016)
- [3] Hasan, M.Z., Kane, C.L. Topological Insulators. // *Rev. Mod. Phys.* 82, 3045 (2010)
- [4] Ando, Y. Topological Insulator Materials. // *J. Phys. Soc. Jpn.* 82, 102001 (2013)
- [5] Nakahara, M. *Geometry, Topology and Physics*. 2nd ed. IOP Publishing, 2003.
- [6] Šips, V. *Uvod u fiziku čvrstog stanja*. 2. izd. Zagreb: Školska knjiga, 2003.
- [7] Schoenberg, D. *Magnetic Oscillations in Metals*. 1st ed. Cambridge University Press, 1984.
- [8] Neupane, M., Xu, S.Y. et al. Observation of a three-dimensional topological Dirac semimetal phase in high-mobility Cd_3As_2 . // *Nature Communications* Vol. 5, 3786 (2014)
- [9] Orbanić, F. *Kvantni transport i magnetska svojstva odabranih topoloških izolatora i Diracovih polumetala*. Doktorski rad. Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2019.
- [10] Planinić, Maja. *Metodika nastave fizike 1. Predavanja*. Zagreb : Prirodoslovno-matematički fakultet, 2018./2019.
- [11] Labor, J. *Fizika 2. Udžbenik za drugi razred gimnazije*. 4. izdanje. Zagreb : Alfa, 2008.
- [12] See the northern lights or aurora borealis: Follow this easy guide, (4.12.2019.), *New Scientist*. <https://www.newscientist.com/article/mg24432590-500-see-the-northern-lights-or-aurora-borealis-follow-this-easy-guide>. 17.12.2019.

- [13] Gibanje nabijene čestice u magnetskom polju, Edutorij - eŠkole, https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/452e1469-e362-4711-abcb-6f535c3b5254/html/7581_Gibanje_nabijene_cestice_u_magnetskom_polju.html, 17.12.2019.
- [14] Charged Particle in a Magnetic Field, oPhysics: Interactive Physics Simulations, <https://ophysics.com/em7.html>, 17.12.2019.
- [15] Charged Particle in a Magnetic Field 3D, oPhysics: Interactive Physics Simulations, <https://ophysics.com/em8.html>, 17.12.2019.