

# Grupiranje država prema njihovoj mjeri sreće klusterskom analizom

---

Karačić, Lucija

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:790783>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-11**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



# Grupiranje država prema njihovoj mjeri sreće klasterskom analizom

---

Karačić, Lucija

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:217:790783>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-06-18**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET**  
**MATEMATIČKI ODSJEK**

Lucija Karačić

**GRUPIRANJE DRŽAVA PREMA  
NJIHOVOJ MJERI SREĆE  
KLASTERSKOM ANALIZOM**

Diplomski rad

Voditelj rada:  
prof. dr. sc. Anamarija Jazbec

Zagreb, prosinac 2020.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana \_\_\_\_\_ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. \_\_\_\_\_, predsjednik
2. \_\_\_\_\_, član
3. \_\_\_\_\_, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom \_\_\_\_\_.

Potpisi članova povjerenstva:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

*“Ištite i dat će vam se! Tražite i naći ćete! Kucajte i otvorit će vam se! Doista, tko god ište, prima; i tko traži, nalazi; i onomu koji kuca otvorit će se.” (Mt 7,7-8)*

*Hvala mojoj obitelji na podršci i razumijevanju. Hvala mojim prijateljima za sve trenutke bodrenja i razveseljivanja. Hvala prof. dr. sc. Anamariji Jazbec na pomoći i savjetima.  
Hvala mojem Jakovu na beskonačnoj potpori, strpljenju i ljubavi.  
Bez vas bi sve ovo bilo mnogo teže.*

# Sadržaj

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Sadržaj</b>                              | <b>iv</b> |
| <b>Uvod</b>                                 | <b>1</b>  |
| <b>1 Klusterska analiza</b>                 | <b>2</b>  |
| 1.1 Opis metode . . . . .                   | 2         |
| 1.2 Mjere sličnosti i udaljenosti . . . . . | 3         |
| 1.2.1 Numeričke varijable . . . . .         | 4         |
| 1.2.2 Kategorijske varijable . . . . .      | 6         |
| 1.2.3 Binarne varijable . . . . .           | 6         |
| 1.2.4 Mješovite varijable . . . . .         | 8         |
| 1.3 Algoritmi klasteriranja . . . . .       | 9         |
| 1.3.1 Hijerarhijski algoritmi . . . . .     | 9         |
| 1.3.2 Nehijerarhijski algoritmi . . . . .   | 12        |
| <b>2 Primjer</b>                            | <b>15</b> |
| 2.1 Opis podataka i metode . . . . .        | 15        |
| 2.2 Deskriptivna statistika . . . . .       | 16        |
| 2.3 Hijerarhijsko klasteriranje . . . . .   | 27        |
| 2.4 Nehijerarhijsko klasteriranje . . . . . | 32        |
| 2.5 Zaključak . . . . .                     | 54        |
| <b>Bibliografija</b>                        | <b>56</b> |

# Uvod

Živimo u svijetu punom podataka. Svaki dan ljudi se susreću s novim informacijama koje interpretiraju kao podatke za daljnju analizu. Kako bi naučio novi pojam, objekt ili fenomen, čovjek traži obilježja koja ga opisuju kako bi ga dalje mogao usporediti s nekim poznatim pojmom, objektom ili fenomenom na temelju sličnosti ili različitosti. Stoga je klasifikacija jedna od osnovnih sposobnosti čovjeka koju primjenjuje u svim životnim aspektima.

Za razliku od klasifikacije gdje je unaprijed poznata struktura grupa, a cilj je rasporediti podatke u postojuće grupe, klasteraska analiza grupira elemente u klastere tako da su elementi unutar svakoga klastera najbliži mogući. Danas se klasteraska analiza primjenjuje u raznim područjima, poput biologije, medicine, marketinga, psihologije. Njezinom primjenom štedimo na vremenu, a dobiveni rezultati prikladni su za algoritme vezane uz daljnju obradu podataka.

Glavna tema ovog rada jest klasteraska analiza, a podijeljena je u dva poglavlja. U prvom poglavlju susrest ćemo se s osnovnim pojmovima, mjerama sličnosti i udaljenosti te algoritmima klasteriranja. U drugom poglavlju koristeći bazu koja sadržava podatke o 146 država svijeta iz 2017. godine, hijerarhijskom i nehijerarhijskom klasteraskom analizom analizirat ćemo promatrane države koje su najbliže u odnosu prema promatranim varijablama.

# Poglavlje 1

## Klasterska analiza

### 1.1 Opis metode

Klasterska analiza jedna je od metoda multivarijatne analize koja se temelji na načelima multivarijatne statistike, odnosno na promatranju i analizi dviju ili više varijabli istodobno. Klasterska analiza ima razne ciljeve, ali se svi svode na to da za odabrani skup podataka  $S$  odredi podskupove  $C_i, i \in \mathbb{N}$  gdje podatci u istom podskupu trebaju biti međusobno slični, a uzorci iz različitih podskupova ne bi trebali biti [10]. Podskupove  $C_i, i \in \mathbb{N}$  dobivene klasterskom analizom koji su homogeni i/ili dobro separirani nazivamo klasteri. Skup svih klastera  $C_i, i \in \mathbb{N}$  čini klastering  $\mathbf{C}$  za dani skup podataka  $S$ . Prema [13], najčešće se koriste hijerarhijski i particijski klastering:

- klastering  $\mathbf{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}, k \in \mathbb{N}$  je hijerarhija ako za  $\forall C_i, C_j \in \mathbf{C}, i, j = 1, 2, \dots, k$  vrijedi

$$C_i \cap C_j \in \{C_i, C_j, \emptyset\}. \quad (1.1)$$

- klastering  $\mathbf{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}, k \in \mathbb{N}$  je particija ako vrijede sljedeća svojstva:

$$C_i \neq \emptyset, i = 1, 2, \dots, k \quad (1.2)$$

$$\bigcup_{i=1}^k C_i = S \quad (1.3)$$

$$C_i \cap C_j = \emptyset, i, j = 1, 2, \dots, k, i \neq j \quad (1.4)$$

Kod particijskoga klasteringa svaki podatak iz skupa  $S$  pripada točno jednom klasteru  $C_j$ . Međutim, podatak može biti član svih klastera s određenom vjerojatnošću. Ovakvu vrstu klasteringa nazivamo meki klastering (engl. *fuzzy clustering*). Postupak klasterske analize sastoji se od pet osnovnih koraka:



### 1. Početna analiza

Na početku istraživanja za dani skup podataka moramo definirati cilj klusterske analize. Nakon toga analiziramo podatke: uklanjamo neispravne vrijednosti, odabiremo varijable koje su povezane s ciljem klusterske analize koji se želi postići, radimo standardizaciju varijabli ako je potrebno, itd.

### 2. Odabir mjere sličnosti ili udaljenosti

Ovisno o našim podacima odabiremo odgovarajuću mjeru sličnosti ili različitosti. Gotovo svi algoritmi klasteriranja eksplicitno su ili implicitno povezani s odabranom mjerom.

### 3. Odabir ili kreiranje algoritma

Ovisno o cilju klusterske analize, odabiremo ili kreiramo pripadni algoritam za klasteriranje.

### 4. Validacija

Različiti pristupi daju nam različita rješenja; čak i za iste algoritme možemo dobiti različita rješenja (npr. promjenom redoslijeda ulaznih podataka). Stoga je bitno provesti validaciju, proces vrednovanja rezultata klasteriranja objektivno i kvantitativno.

### 5. Interpretacija

Detaljno proučavamo svaki klaster na temelju njegovih obilježja i deskriptivne statistike, a rade se i daljnje analize ovisno o dobivenim informacijama iz klastera.

## 1.2 Mjere sličnosti i udaljenosti

Za zadani skup podataka  $S$  odaberimo dva proizvoljna objekta  $x, y \in S$ . Svaki od njih ima oblik  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  i  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , gdje su varijable  $x_i, y_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$  atributi objekata  $x$  i  $y$ .

Klusterskom analizom želimo pronaći grupe među podacima tako da su objekti unutar grupe međusobno slični, a različiti od objekata iz drugih grupa. Dva objekta su 'blizu' ako im je sličnost velika, a udaljenost (različitost) mala. Želimo pronaći način prema kojem ćemo odrediti udaljenost ili sličnost između dva objekta. Određivanje prikladne mjere između dva objekta skupa  $S$  svodi se na određivanje mjere između njihovih atributa (varijabli), stoga će odabir mjere ovisiti o vrsti podataka. Prema [13], udaljenost je funkcija koja svakom paru objekata  $(x, y)$  iz  $S$  pridružuje realan broj, tj.  $d : (x, y) \rightarrow \mathbb{R}$ . te mora zadovoljavati sljedeće uvjete:

- $d(x, y) \geq 0$  (nenegativnost),

- $d(x, x) = 0$ ,
- $d(x, y) = d(y, x)$  (simetričnost).

Ako dodatno vrijedi i:

- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ ,
- $(\forall z \in S) d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$  (nejednakost trokuta),

kažemo da je  $d$  metrika.

Prema [13], na sličan način definiramo i sličnost, funkciju koja svakom paru objekata  $(x, y)$  iz  $S$  pridružuje realan broj, tj.  $s : (x, y) \rightarrow \mathbb{R}$  te mora zadovoljavati sljedeće uvjete:

- $0 \leq s(x, y) \leq 1$ ,
- $s(x, x) = 1$ ,
- $s(x, y) = s(y, x)$  (simetričnost).

Uglavnom mjere udaljenosti koristimo za numeričke varijable, a mjere sličnosti za kategorijske varijable.

## 1.2.1 Numeričke varijable

Numeričke su varijable kvantitativne, tj. poprimaju vrijednosti iz skupa realnih brojeva  $\mathbb{R}$ . Dijelimo ih na diskretne i neprekidne; diskretne mogu poprimiti samo konačno ili prebrojivo mnogo vrijednosti, a neprekidne poprimaju vrijednost iz cijelog  $\mathbb{R}$  ili iz nekog intervala realnih brojeva. Primjer diskretnih varijabli jest broj djece u obitelji ili broj učenika na nastavi, a težina ili temperatura učenika primjer su neprekidnih varijabli.

Ako varijable imaju različite mjerne jedinice ili veliku standardnu devijaciju (varijabilnost), potrebno je napraviti standardizaciju. Neka su  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)} \in S$  proizvoljni objekti oblika  $x^{(j)} = (x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_k^{(j)})$  i  $1 \leq k \leq n$  proizvoljan. Prema [11], postoji nekoliko različitih mogućnosti za standardizaciju atributa, ali dvije najčešće korištene su:

1. z-vrijednost (engl. *z-score*)

$$z_k^{(j)} = \frac{x_k^{(j)} - \mu_k}{\sigma_k}, 1 \leq j \leq n, \quad (1.5)$$

gdje je  $\mu_k$  aritmetička sredina i  $\sigma_k$  standardna devijacija, za  $\forall k$

2. jedinični interval (engl. *unit interval*)

$$z_k^{(j)} = \frac{x_k^{(j)} - \min x^{(j)}}{\max x^{(j)} - \min x^{(j)}}, 1 \leq j \leq n. \quad (1.6)$$

Neka su  $x, y \in S$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  i za  $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$   $x_i, y_i$  su numeričke varijable. Prema [3], razlikujemo sljedeće mjere udaljenosti:

- **Minkowski udaljenost**

$$d(x, y) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p > 0, \quad (1.7)$$

- **Euklidska udaljenost**

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}, \quad (1.8)$$

- **Manhattan udaljenost**

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|, \quad (1.9)$$

- **Prosječna udaljenost**

$$d(x, y) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}, \quad (1.10)$$

- **Čebiševljeva udaljenost**

$$d(x, y) = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i - y_i|, \quad (1.11)$$

- **Mahalanobis udaljenost**

$$d(x, y) = (x - y)^T S^{-1} (x - y), \quad (1.12)$$

pri čemu je  $S$  kovarijacijska matrica.

Primijetimo, Manhattanova udaljenost poseban je slučaj minkowski udaljenosti za  $p = 1$ , kao i euklidska za  $p = 2$  i Čebiševljeva za  $p \rightarrow +\infty$ . Euklidska i Manhattan udaljenost jesu metrike. Minkowski, Manhattanova i euklidska udaljenosti su osjetljive na netipične vrijednosti (engl. *outliers*), vrijednosti koje su jako različite od ostalih. Problem rješavamo standardizacijom podataka.

### 1.2.2 Kategorijske varijable

Kategorijske varijable vrste su podataka koje se mogu podijeliti u kategorije; vrijednosti koje poprimaju jesu imena ili oznake. Dijelimo ih na nominalne i ordinalne.

Među kategorijama nominalnih varijabli ne možemo uspostaviti prirodni poredak. Primjer nominalnih varijabli jest boja očiju (smeđa, zelena, plava, siva. . .) ili krvna grupa (A, B, AB, 0). Mjera sličnosti između objekata  $x$  i  $y$ , čiji su atributi nominalni, dana je sa

$$s(x, y) = \frac{m}{p}, \quad (1.13)$$

pri čemu je  $m$  broj poklapanja (broj atributa za koje  $x$  i  $y$  imaju iste vrijednosti.), a  $p$  ukupan broj atributa. Alternativno, mjeru udaljenosti možemo izračunati kao

$$d(x, y) = 1 - s(x, y) \quad (1.14)$$

Kod ordinalnih varijabli među kategorijama možemo uspostaviti prirodni poredak. Primjer ordinalnih varijabli jesu školske ocjene (nedovoljan, dovoljan, dobar, vrlo dobar, odličan) ili dobne kategorije sportaša (početnici, mlađi kadeti, kadeti, mlađi juniori, juniori, mlađi seniori, seniori, veterani). Neka je  $i$  proizvoljni ordinalni atribut, a  $M_i$  broj stanja koja može poprimiti. Prema [9, str. 74], računanje sličnosti između ordinalnih varijabli uključuje sljedeće korake:

1. Budući da su stanja  $M_i$  uređena, svaku vrijednost supstituiramo s odgovarajućim rangom  $r_i \in \{1, 2, \dots, M_i\}$ .
2. Budući da svaki ordinalni atribut može imati različit broj stanja, potrebno je svako stanje prebaciti u interval vrijednosti  $[0.0, 1.0]$ . Takvu normalizaciju podataka dobivamo definiranjem

$$z_i^{(j)} = \frac{r_i^{(j)} - 1}{M_i - 1}. \quad (1.15)$$

3. Mjeru udaljenosti izračunamo tako da bilo koju mjeru udaljenosti za numeričke varijable primijenimo na  $z_i^{(j)}$ . Sličnost možemo izračunati preko (1.14).

### 1.2.3 Binarne varijable

Binarne ili dihotomne varijable jesu varijable koje imaju točno dva različita stanja, a to su: *laž* ili *istina* (koje uglavnom označavamo s 0 i 1). Kad obrađujemo binarne podatke, vrlo je bitno što su vrijednosti 0 i 1. Stoga, na temelju značenja vrijednosti 0, binarne varijable dijelimo na simetrične i asimetrične.

Kažemo da je binarna varijabla simetrična ako *istina* označava prisutnost određenog atributa, a *laž* prisutnost drugog atributa. Varijabla spol sastoji se od dvaju stanja: muško i žensko. U ovom slučaju je svejedno koje stanje označimo s 0, a koje s 1. Kod asimetričnih varijabli *istina* označava prisutnost određenog atributa, a *laž* odsutnost istog atributa. Kao primjer pogledajmo rezultat SARS-Cov-2 testa: 1 je Covid pozitivna osoba, a 0 Covid negativna.

Neka su  $x, y \in S$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  i za  $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$   $x_i, y_i$  binarne varijable. Zbog definicije i interpretacije mjera sličnosti binarne varijable prikazujemo preko tablice frekvencija:

Tablica 1.1: Tablica frekvencija

| $(x, y)$ | 1       | 0       | $\Sigma$ |
|----------|---------|---------|----------|
| 1        | $a$     | $b$     | $a + b$  |
| 0        | $c$     | $d$     | $c + d$  |
| $\Sigma$ | $a + c$ | $b + d$ | $n$      |

pri čemu je  $n = a + b + c + d$  i za  $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ :

- $a$  = broj varijabli takvih da je  $x_i = y_i = 1$
- $d$  = broj varijabli takvih da je  $x_i = y_i = 0$
- $b$  = broj varijabli takvih da je  $x_i = 1, y_i = 0$
- $c$  = broj varijabli takvih da je  $x_i = 0, y_i = 1$

Mjere sličnosti za simetrične varijable uzimaju u obzir slučaj (0, 0), a asimetrične ne. Prema [7], najčešće korištene mjere su:

- **Simple Matching koeficijent**

$$s(x, y) = \frac{a + d}{n} \quad (1.16)$$

- **Jaccard koeficijent**

$$s(x, y) = \frac{a}{a + b + c} \quad (1.17)$$

- **Rogers-Tanimoto koeficijent**

$$s(x, y) = \frac{a + d}{a + 2(b + c) + d} \quad (1.18)$$

- **1. Gower-Legendre koeficijent**

$$s(x, y) = \frac{a + d}{a + \frac{1}{2}(b + c) + d} \quad (1.19)$$

- **2. Gower-Legendre koeficijent**

$$s(x, y) = \frac{a}{a + \frac{1}{2}(b + c)} \quad (1.20)$$

- **1. Sneath-Sokal koeficijent**

$$s(x, y) = \frac{a}{a + 2(b + c)} \quad (1.21)$$

- **2. Sneath-Sokal koeficijent**

$$s(x, y) = \frac{2(a + d)}{2a + b + c + 2d} \quad (1.22)$$

### 1.2.4 Mješovite varijable

U praksi klasterSKU analizu treba primijeniti na različitim vrstama podataka pa se samim time nameće pitanje kako izračunati mjeru sličnosti za takvu vrstu podataka. Prema [7, str. 54], jedna od mogućnosti je da skaliramo sve podatke tako da svi budu na istoj skali, tj. zamijenimo vrijednosti varijabli njihovim pozicijama u objektima. Nakon toga primijenimo neku od mjera udaljenosti za numeričke varijable.

Neka su  $x, y \in S$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  i za  $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$   $x_i, y_i$  varijable različitog tipa. Prema [7], 1971. godine Gower predlaže mjeru sličnosti

$$s(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta(x_i, y_i), \quad (1.23)$$

pri čemu je  $\delta(x_i, y_i)$  mjera sličnosti:

- za binarne i nominalne varijable

$$\delta(x_i, y_i) = \begin{cases} 1, & x_i = y_i \\ 0, & x_i \neq y_i \end{cases}. \quad (1.24)$$

- za numeričke i ordinalne varijable

$$\delta(x_i, y_i) = 1 - \frac{|x_i - y_i|}{r_i}, \quad (1.25)$$

pri čemu je  $r_i$  raspon varijable  $i$ .

Kao i kod kategorijskih varijabli, mjeru udaljenosti možemo izračunati preko (1.14).

## 1.3 Algoritmi klasteriranja

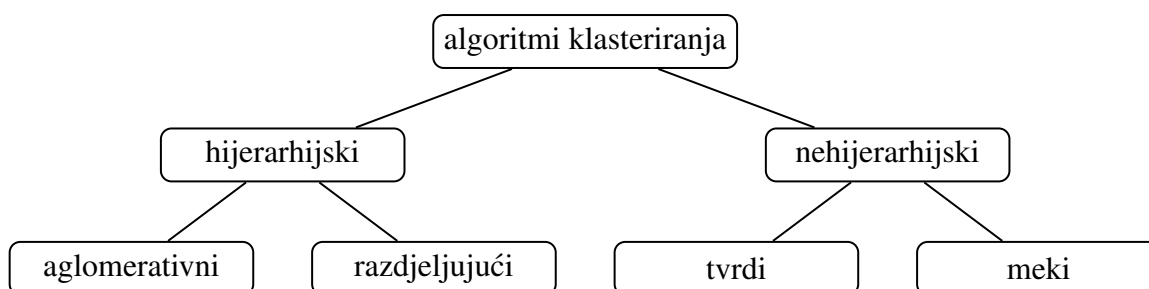
Odabir optimalnog algoritma ovisi o ciljevima analize i strukturi podataka. Primjerice, jedan algoritam može biti učinkovit na nekom skupu podataka, ali na skupu koji ima drukčiju strukturu, veličinu ili dimenziju nije učinkovit. Prema [9, str. 446], dobar algoritam trebao bi imati sljedeća obilježja:

- **skalabilnost**  
Mnogo se algoritama izvodi nad manjim skupovima podataka s manje od sto objekata. S obzirom na to da u praksi radimo s velikim bazama podataka gdje imamo ogroman broj objekata, bitna je funkcionalnost pod tim uvjetima.
- **sposobnost klasteriranja podataka velikih dimenzija**  
Susrećemo se sa skupovima podataka koji imaju velik broj varijabli, a većina algoritama radi s malim brojem, što je velik izazov.
- **minimalni zahtjevi nad ulaznim parametrima**  
Razni algoritmi klasteriranja traže osnovne informacije u obliku ulaznih parametara, poput željenog broja klastera. Poželjno je da algoritam prima samo nužne parametre kako bi što manje utjecali na konačni rezultat.
- **dobro podnošenje devijacija**  
Devijacije definiramo kao objekte koji odstupaju od generalnog ponašanja podataka i odnose se kao netipične vrijednosti.
- **neovisnost o redosljedu unosa podataka**
- **sposobnost izvođenja na različitim tipovima varijabli**

Algoritme klasteriranja kategoriziramo prema tome kako tvore klustere. Dijelimo ih na hijerarhijske i nehijerarhijske (particijske). Hijerarhijske algoritme dijelimo na aglomerativne i razdjeljujuće, a particijske na tvrde i mekane algoritme (engl. *hard and soft clustering*).

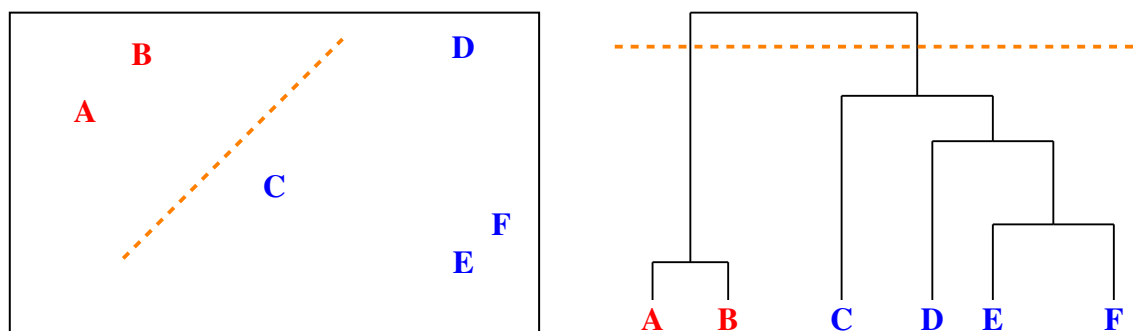
### 1.3.1 Hijerarhijski algoritmi

Hijerarhijski algoritmi temelje se na izgradnji hijerarhije klastera, koju grafički prikazujemo pomoću strukture stabla koja se naziva dendrogram. Aglomerativni algoritam počinje s  $n \in \mathbb{N}$  klastera, od kojih svaki sadržava točno jedan podatak (engl. *singleton*) te nastavlja s postupnim spajanjem klastera sve dok svi nisu spojeni u jedan klaster. U nekim slučajevima algoritam završava kada dobijemo  $k \in \mathbb{N}$  klastera, pri čemu je  $k$  unaprijed zadan.



Slika 1.1: Podjela algoritama klasteriranja

Dendrogram je matematički i grafički prikaz cjelovitoga hijerarhijskoga klasteriranja. Sastoji se od korijena, čvorova, grana i listova. Korijen je skup svih podataka, čvorovi su klasteri, a svaki je list podatak. Visina dendrograma jest sličnost (udaljenost) između dva objekta. Povlačenjem vodoravne linije na određenoj visini dendrograma dobivamo klastere koje očitujemo preko sjecišta. Primjerice, povlačenjem vodoravne linije kao na Slici 1.2 dobivamo klasterne  $\{A, B\}$  i  $\{C, D, E, F\}$ .



Slika 1.2: Skup podataka i njegov dendrogram

Razdjeljujući algoritam djeluje suprotno; na početku imamo klaster od  $n$  elemenata koji se postupno separira na manje sve dok ne dobijemo  $n$  klastera s jednim podatkom.

Za dani skup podataka  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , aglomerativni algoritam sastoji se od sljedećih koraka:

1. Svaki podatak stavi u zaseban klaster, tj.  $C_i = \{x_i\}$ ,  $i = \{1, 2, \dots, n\}$
2. Izračunaj matricu udaljenosti  $D$ ,  $n \times n$  matricu čiji su elementi  $d_{ij} = d(x_i, x_j)$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ , tj.



$$D = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & 0 & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Zbog simetričnosti mjere udaljenosti vrijedi  $d_{ij} = d_{ji}, \forall i, j$ .

3. Odredi najbliži par klastera  $C_p$  i  $C_q$ , tj.

$$d(C_p, C_q) = \min_{i,j} d(C_i, C_j) = \min_{i,j} d_{ij}$$

4. Definiraj novi klaster  $C_r = C_p \cup C_q$   
 5. Neka je  $C_p = C_r$  i  $C_q \in S \setminus C_p$   
 6. Ponavljaj dokle god postoje barem dva klastera.

Ključni korak algoritma odabir je najbližeg para klastera. Na temelju različitih definicija udaljenosti između dva klastera razlikujemo nekoliko aglomerativnih algoritama. Za proizvoljne klastera  $C_p$  i  $C_q$ , njihovu udaljenost određujemo pomoću sljedećih metoda:

- **Metoda minimuma**

$$d(C_p, C_q) = \min_{i,j} \{d(x_i, x_j) \mid x_i \in C_p, x_j \in C_q\} \quad (1.27)$$

Udaljenost između dva klastera definira se kao najmanja udaljenost između elemenata koji pripadaju tim klasterima.

- **Metoda maksimuma**

$$d(C_p, C_q) = \max_{i,j} \{d(x_i, x_j) \mid x_i \in C_p, x_j \in C_q\} \quad (1.28)$$

Udaljenost između dva klastera definira se kao najveća udaljenost između elemenata koji pripadaju tim klasterima. Metoda maksimuma stvara klastera koji su slične veličine tijekom cijelog procesa aglomeracije te zato dobiveni dendrogram izgleda uravnoteženije.

- **Metoda prosjeka**

$$d(C_p, C_q) = \frac{1}{n_p n_q} \sum_{x_i \in C_p} \sum_{x_j \in C_q} d(x_i, x_j), \quad (1.29)$$

pri čemu je  $n_p$  broj elemenata u  $C_p$ , a  $n_q$  broj elemenata u  $C_q$ . Udaljenost između dva klastera definira se kao aritmetička sredina udaljenosti između svih mogućih parova objekata koji pripadaju različitim klasterima.

- **Centroid metoda**

$$d(C_p, C_q) = d^2(t_p, t_q), \quad (1.30)$$

pri čemu je  $t_p$  centar klastera  $C_p$ , a  $t_q$  centar klastera  $C_q$ .

- **Ward metoda**

$$d(C_p, C_q) = \frac{n_p n_q}{n_p + n_q} d^2(t_p, t_q). \quad (1.31)$$

Elemente povezuju u klaster tako da varijanca unutar klastera bude minimalna.

Za dani skup podataka  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , razdjeljujući algoritam sastoji se od sljedećih koraka:

1. Svi podatci danog skupa  $S$  čine jedan klaster, tj.  $C = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
2. Klaster podijelite na dva najmanja slična klastera koristeći partitivni algoritam, tj.  $C = C_p \cup C_q$
3. Jedan od dobivenih klastera podijeli na dva najmanje slična klastera
4. Ponavljaj dok svaki podatak nije u zasebnom klasteru, tj. dok ne dobijemo  $n$  klastera  $C_i = \{x_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Najpoznatiji razdjeljujući algoritmi jesu MONA i DIANA.

### 1.3.2 Nehijerarhijski algoritmi

Primjenom tvrdog nehijerarhijskog algoritma na skup  $S$  od  $n \in \mathbb{N}$  podataka, dobit ćemo  $k \leq n$  particija, gdje je svaka particija klaster. Svaki element skupa  $S$  pripada točno jednom klasteru, a svaki klaster sadržava barem jedan element. Najčešće korišteni algoritmi jesu  $k$ -sredina (engl. *k-means*), PAM, CLARA i CLARANS.

Cilj  $k$ -sredina algoritma jest stvoriti unaprijed zadani broj klastera  $k$  iz skupa podataka  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , tako da je vrijednost funkcije cilja minimalna. Funkcija cilja koristi se za procjenu kvalitete particioniranja tako da su objekti unutar istoga klastera međusobno slični, ali različiti (udaljeniji) od objekata iz drugih klastera. Za funkciju cilja uzimamo sumu kvadrata pogrešaka (SSE) između točaka skupa  $S$  i centroida klastera.

$$SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{x \in C_i} \|x - c_i\|^2 \quad (1.32)$$

Uočimo, zapravo minimiziramo varijancu klastera; što je manje varijacija unutar klastera, podaci su homogeniji unutar istoga klastera. Centroid  $c_i$  je centar klastera  $C_i$  te se računa kao aritmetička sredina objekata koji pripadaju istom klasteru, tj.

$$c_i = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in C_i} x, \quad (1.33)$$

pri čemu je  $n_i$  broj elemenata klastera  $C_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

K-sredina sastoji se od sljedećih koraka:

1. Odaberi broj klastera  $k$
2. Inicijaliziraj slučajnim odabirom centroide  $\{c_1, c_2, \dots, c_k\}$
3. Za svaki objekt iz skupa  $S$  pronađi najbliži centar  $c_i$  i pridruži ga klasteru  $C_i$
4. Za svaki klaster  $C_i$  izračunaj novi centroid  $c_i$
5. Ponavljaj 3. i 4. korak sve dok se centriodi ne mijenjaju.

Prema [6], postoji nekoliko metoda za određivanje optimalnog broja klastera  $k$ , no među popularnijima je metoda lakta. Što je broj klastera veći, vrijednost funkcije cilja monotono pada; prikažemo li grafički ovisnost funkcije cilja o broju klastera, dobit ćemo graf koji izgleda kao lakat (odaberimo  $k$  za koji vrijednost funkcije cilja naglo pada).

Prednost ovog algoritma jest jednostavna implementacija, učinkovitost nad velikim skupom podataka te relativno mala složenost algoritma. Konvergencija je zajamčena, no u većini slučajeva konvergira prema lokalnom optimumu. Jedan od nedostataka ovog algoritma jest da rezultati mogu ovisiti o inicijaliziranim centroidima. Također, netipične vrijednosti mogu utjecati na centroide i umjesto da budu ignorirani, svaki od njih može dobiti svoj klaster. Umjesto centroida, možemo promatrati medoid, tj. primjeniti algoritam  $k$ -medoida (engl. *k-medoids*) koji minimizira funkciju cilja (1.34). Prema [7], medoid  $o_i$  je objekt s minimalnom apsolutnom udaljenosti u odnosu prema drugim članovima klastera.

$$SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{x \in C_i} \|x - o_i\|^2 \quad (1.34)$$

Struktura algoritma se u odnosu prema algoritmu  $k$ -sredina ne mijenja; početne medoide također inicijaliziramo slučajnim odabirom. PAM algoritam (engl. *the Partitioning Around Medoids*) je popularna realizacija  $k$ -medoid algoritma; djelotvoran je nad manjim skupom podataka, ali se ne prilagođava dobro nad velikim skupom podataka. Stoga primjenjujemo

CLARA algoritam (engl. *Clustering LARge Applications*), koji uzima manje uzorke te primjenjuje PAM algoritam nad njima. Optimalni rezultat među uzorcima uzimamo kao konačno rješenje. Kvalitetu i skalabilnost CLARA algoritma možemo poboljšati CLARANS algoritmom (engl. *Clustering Large Applications based upon RANdomized Search*). Prema [9, str. 451-457], nasumično odabere  $k$  objekata u skupu podataka kao trenutačne medoide te jedan medoid  $x$  i objekt  $y$  koji nije medoid. Ako zamjenom  $x$  sa  $y$  dobijemo manju vrijednost funkcije cilja, napravi se zamjena. Skup medoida nakon  $l \in \mathbb{N}$  koraka smatra se lokalno optimalnim.

Za razliku od tvrdoga klasteriranja gdje svaki podatak skupa  $S$  pripada točno jednom klasteru, meki algoritam dopušta podacima da pripadaju svim klasterima s nekom određenom težinom. Za zadani  $k$  definirajmo varijable  $m_1, m_2, \dots, m_k$  kao vjerojatnost kojom podatak  $x_i$  pripada klasteru  $C_i, i = 1, 2, \dots, k$ . Kod tvrdoga klasteriranja, jedna od ovih vrijednosti jest 1, a ostale su 0. Prema definiciji vjerojatnosti, vrijedi

$$m_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^k m_i = 1. \quad (1.35)$$

Najčešće korišten algoritam jest meke k-sredine (engl. *fuzzy k-means*). Prema [4], sastoji se od sljedećih koraka:

1. Odaberi broj klastera  $k$
2. Slučajnim odabirom svakom podatku  $x_i$  pridruži vjerojatnosti  $m_1^{(i)}, m_2^{(i)}, \dots, m_k^{(i)}$
3. Izračunaj centroide  $c_i$  svakoga klastera  $C_i$ , tj.

$$c_i = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{x \in C_i} (m_j^{(i)})^m \cdot x}{\sum_{j=1}^k (m_j^{(i)})^m}, i = 1, 2, \dots, k \quad (1.36)$$

pri čemu je  $1 \leq m < \infty$  parametar zamućenosti.

4. Za svaki podatak  $x_i$  izračunaj nove vjerojatnosti, tj.

$$m_j^{(i)} = \frac{1}{\sum_{l=1}^k \sum_{x \in C_l} \left( \frac{\|x - c_j\|}{\|x - c_l\|} \right)^{\frac{2}{m-1}}} j = 1, 2, \dots, k, i = 1, 2, \dots, n \quad (1.37)$$

5. Ponavljaj 3. i 4. korak sve dok se centroidi ne mijenjaju.

Najčešće se koristi u biologiji i medicini, primjerice, pri dijagnosticiranju bolesti i klasteriranju tumorskih stanica.

# Poglavlje 2

## Primjer

### 2.1 Opis podataka i metode

Za primjenu klasterne analize koristimo bazu <https://www.kaggle.com/rabbitsusan/world-happiness-report>. Baza je dobivena iz Svjetskog izvještaja o sreći za 2017. godinu. Izvještaj se temelji na projektu koji je istraživao kako socijalno, urbano i prirodno okruženje utječu na sreću ljudi. Baza sadržava podatke o 146 država svijeta. Detaljni opis i izračun svake varijable možemo pronaći u [11] i [12]. Navodimo varijable koje su korištene u primjeni klasterne analize te njihove kratke opise:

- **Država**

Ime države

- **Regija**

Regija kojoj država pripada: Australija i Novi Zeland, Sjeverna Amerika, Južna Amerika i Karibi, zapadna Europa, središnja i istočna Europa, istočna Azija, jugoistočna Azija, južna Azija, Bliski istok i sjeverna Afrika ili supsaharska Afrika.

- **Mjera sreće**

Mjera sreće je varijabla koja se računa pomoću podataka iz Gallupove ankete (vidi [11]). Temelji se na odgovorima na pitanje o procjeni života koje je postavljeno u anketi. Svaki ispitanik zamisli ljestvicu od 0 do 10, gdje je 0 najgori mogući život, a 10 najbolji mogući život. Nakon toga ispitanik ocjenjuje svoj život na toj ljestvici te se promatra prosjek odgovora. Takav pristup nazivamo Cantrilove ljestve.

- **Ekonomija**

Varijabla koja se računa pomoću bruto domaćeg proizvoda i pariteta kupovne moći (vidi [11, str. 1,2]).

- **Obitelj**  
Odnosi se na prosjek binarnih odgovora (0 ili 1) na pitanje iz Gallupove ankete: „U slučaju da si u nevolji, imaš li obitelj ili prijatelje na koje se možeš osloniti u bilo kojem trenutku?”
- **Zdravlje**  
Varijabla koja daje podatke o zdravom životnom vijeku; računa se pomoću podataka WHO-a i WDI-a (vidi [11, str. 2,3]).
- **Sloboda**  
Odnosi se na prosjek binarnih odgovora (0 ili 1) na pitanje iz Gallupove ankete: „Jesi li zadovoljan ili nezadovoljan slobodom donošenja životnih odluka?”
- **Darežljivost**  
Varijabla koja daje podatke o velikodušnosti i donacijama (vidi [12]).
- **Povjerenje**  
Odnosi se na prosjek binarnih odgovora (0 ili 1) na dva pitanja iz Gallupove ankete: „Je li korupcija rasprostranjena u vlasti ili ne?” i „Je li korupcija rasprostranjena u gospodarstvu ili ne?”

Za obradu i analizu podataka korišten je SAS, programski sustav koji se koristi za statističku analizu i vizualizaciju podataka. Nad originalnim podacima provedena je deskriptivna statistika. Nakon toga provodimo klasterSKU analizu u odnosu prema varijablama *Mjera sreće*, *Ekonomija*, *Obitelj*, *Zdravlje*, *Sloboda*, *Darežljivost* i *Povjerenje*. Najprije je provedeno hijerarhijsko (aglomerativno) klasteriranje pomoću Wardove metode i metode maksimuma. Zatim je provedeno nehijerarhijsko klasteriranje, tj. algoritam k-sredina. S obzirom na to da su sve varijable numeričke, u oba je slučaja kao mjera udaljenosti odabrana euklidska udaljenost. Svi algoritmi primijenjeni su nad originalnim i standardiziranim podacima.

## 2.2 Deskriptivna statistika

U Tablicama 2.1, 2.3, 2.5, 2.7 i 2.9 prikazani su podatci iz naše baze. Deset najsretnijih država redom su Norveška, Danska, Island, Švicarska, Finska, Nizozemska, Kanada, Novi Zeland, Švedska i Australija; prevladavaju države zapadne Europe. S druge strane, Burundi, Tanzanija, Sirija, Ruanda, Togo, Gvineja, Liberija, Jemen, Haiti i Madagaskar redom su najmanje sretne države.

Tablica 2.1: Podatci za države Australije i Novog Zelanda te srednje i istočne Europe (SAS ispis)

| Regija                     | Država                 | Mjera_srece | Ekonomija  | Obitelj    | Zdravlje   | Sloboda    | Darežljivost | Povjerenje |
|----------------------------|------------------------|-------------|------------|------------|------------|------------|--------------|------------|
| Australia and New Zealand  | Australia              | 7.28399992  | 1.48441494 | 1.51004195 | 0.84388679 | 0.60160738 | 0.47769925   | 0.30118373 |
|                            | New Zealand            | 7.31400013  | 1.40570605 | 1.54819512 | 0.81675971 | 0.61406213 | 0.50000513   | 0.38281670 |
| Central and Eastern Europe | Albania                | 4.64400005  | 0.99619275 | 0.80368525 | 0.73115975 | 0.38149864 | 0.20131294   | 0.03986422 |
|                            | Armenia                | 4.37599993  | 0.90059674 | 1.00748372 | 0.63752443 | 0.19830327 | 0.08348809   | 0.02667442 |
|                            | Azerbaijan             | 5.23400021  | 1.15360177 | 1.15240026 | 0.54077578 | 0.39815584 | 0.04526934   | 0.18098751 |
|                            | Belarus                | 5.56899977  | 1.15655756 | 1.44494522 | 0.63771427 | 0.29540026 | 0.15513751   | 0.15631382 |
|                            | Bosnia and Herzegovina | 5.18200016  | 0.98240942 | 1.06933594 | 0.70518631 | 0.20440318 | 0.32886750   | 0.00000000 |
|                            | Bulgaria               | 4.71400023  | 1.16145909 | 1.43437946 | 0.70821768 | 0.28923172 | 0.11317769   | 0.01105153 |
|                            | Croatia                | 5.29300022  | 1.22255623 | 0.96798301 | 0.70128852 | 0.25577229 | 0.24800298   | 0.04310311 |
|                            | Czech Republic         | 6.60900021  | 1.35268235 | 1.43388522 | 0.75444400 | 0.49094617 | 0.08810676   | 0.03687293 |
|                            | Estonia                | 5.61100006  | 1.32087934 | 1.47667110 | 0.69516832 | 0.47913143 | 0.09889081   | 0.18324892 |
|                            | Georgia                | 4.28599978  | 0.95061266 | 0.57061493 | 0.64954698 | 0.30941004 | 0.05400882   | 0.25166664 |
|                            | Hungary                | 5.32399988  | 1.28601193 | 1.34313309 | 0.68776345 | 0.17586352 | 0.07840166   | 0.03663694 |
|                            | Kazakhstan             | 5.81899977  | 1.28455627 | 1.38436902 | 0.60604155 | 0.43745428 | 0.20196442   | 0.11928289 |
|                            | Kosovo                 | 5.27899981  | 0.95148438 | 1.13785350 | 0.54145205 | 0.26028794 | 0.31993145   | 0.05747162 |
|                            | Kyrgyzstan             | 5.00400019  | 0.59622008 | 1.39423859 | 0.55345780 | 0.45494339 | 0.42858037   | 0.03943918 |
|                            | Latvia                 | 5.84999991  | 1.26074863 | 1.40471494 | 0.63856697 | 0.32570791 | 0.15307479   | 0.07384273 |
|                            | Lithuania              | 5.90199995  | 1.31458235 | 1.47351611 | 0.62894994 | 0.23423179 | 0.01016466   | 0.01186564 |
|                            | Macedonia              | 5.17500019  | 1.06457794 | 1.20789301 | 0.64494818 | 0.32590598 | 0.25376096   | 0.06027779 |
|                            | Moldova                | 5.83799982  | 0.72887063 | 1.25182557 | 0.58946520 | 0.24072905 | 0.20877913   | 0.01009129 |
|                            | Montenegro             | 5.23699999  | 1.12112904 | 1.23837650 | 0.66746467 | 0.19498906 | 0.19791102   | 0.08817419 |
|                            | Poland                 | 5.97300005  | 1.29178786 | 1.44571197 | 0.69947535 | 0.52034211 | 0.15846597   | 0.05930781 |
| Romania                    | 5.82499981             | 1.21768391  | 1.15009129 | 0.68515831 | 0.45700374 | 0.13351992 | 0.00438790   |            |
| Russia                     | 5.96299982             | 1.28177810  | 1.46928239 | 0.54734933 | 0.37378311 | 0.05226382 | 0.03296288   |            |
| Serbia                     | 5.39499998             | 1.06931758  | 1.25818980 | 0.65078467 | 0.20871553 | 0.22012588 | 0.04090378   |            |
| Slovakia                   | 6.09800005             | 1.32539356  | 1.50505924 | 0.71273291 | 0.29581747 | 0.13654448 | 0.02421085   |            |
| Slovenia                   | 5.75799990             | 1.34120596  | 1.45251882 | 0.79082823 | 0.57257581 | 0.24264909 | 0.04512898   |            |
| Tajikistan                 | 5.04099989             | 0.52471364  | 1.27146328 | 0.52923513 | 0.47156671 | 0.24899764 | 0.14637715   |            |
| Turkmenistan               | 5.82200003             | 1.13077676  | 1.49314916 | 0.43772608 | 0.41827193 | 0.24992499 | 0.25927034   |            |
| Ukraine                    | 4.09600020             | 0.89465195  | 1.39453757 | 0.57590395 | 0.12297478 | 0.27006146 | 0.02302947   |            |
| Uzbekistan                 | 5.97100020             | 0.78644109  | 1.54896915 | 0.49827263 | 0.65824866 | 0.41598365 | 0.24652822   |            |

Tablica 2.2: Deskriptivna statistika regija Australija i Novi Zeland te srednja i istočna Europa (SAS ispis)

**The MEANS Procedure**

Regija=Australia and New Zealand

| Variable     | N | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 2 | 7.2990000 | 0.0212134 | 7.2839999 | 7.3140001 |
| Ekonomija    | 2 | 1.4450605 | 0.0556556 | 1.4057060 | 1.4844149 |
| Obitelj      | 2 | 1.5291185 | 0.0269784 | 1.5100420 | 1.5481951 |
| Zdravlje     | 2 | 0.8303232 | 0.0191817 | 0.8167597 | 0.8438868 |
| Sloboda      | 2 | 0.6078348 | 0.0088068 | 0.6016074 | 0.6140621 |
| Darežljivost | 2 | 0.4888522 | 0.0157726 | 0.4776993 | 0.5000051 |
| Povjerenje   | 2 | 0.3420002 | 0.0577232 | 0.3011837 | 0.3828167 |

Regija=Central and Eastern Europe

| Variable     | N  | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 29 | 5.4099310 | 0.5916445 | 4.0960002 | 6.6090002 |
| Ekonomija    | 29 | 1.0920510 | 0.2271075 | 0.5247136 | 1.3526824 |
| Obitelj      | 29 | 1.2822854 | 0.2296362 | 0.5706149 | 1.5489692 |
| Zdravlje     | 29 | 0.6360897 | 0.0824626 | 0.4377261 | 0.7908282 |
| Sloboda      | 29 | 0.3466092 | 0.1320132 | 0.1229748 | 0.6582487 |
| Darežljivost | 29 | 0.1861161 | 0.1065284 | 0.0101647 | 0.4285804 |
| Povjerenje   | 29 | 0.0796197 | 0.0784476 | 0         | 0.2592703 |

Tablice deskriptivne statistike dobivene su procedurom means. Preko naredbe var definiramo varijable za koje želimo deskriptivnu statistiku, a naredbom by radimo zasebnu analizu za svaku vrijednost varijable *Regija*. Korišten je sljedeći SAS kod:

```
proc means data=final;
  var Mjera_srece Ekonomija Obitelj Zdravlje Sloboda
  Darežljivost Povjerenje;
  by Regija;
run;
```

Australija i Novi Zeland imaju visoke vrijednosti svih varijabli te spadaju među naj-sretnije države svijeta. Među državama srednje i istočne Europe posebno se ističu Češka, Slovačka, Poljska, Uzbekistan i Rusija, koje imaju iznadprosječne vrijednosti *Mjere sreće*. Pogledamo li države Balkana, Rumunjska i Slovenija imaju iznadprosječne vrijednosti varijable *Mjera sreće*, a Hrvatska ima ispodprosječnu vrijednost. Zanimljivo je uočiti kako Bosna i Hercegovina ima vrijednost 0 za varijablu *Povjerenje*; sve zemlje Balkana imaju ispodprosječnu vrijednost varijable *Povjerenje*. Ekonomska situacija u Sloveniji, Hrvatskoj i Rumunjskoj bolja je u odnosu prema ostalim državama Balkana.



Tablica 2.3: Podatci za države istočne Azije, Sjeverne Amerike te Južne Amerike i Kariba (SAS ispis)

|                                    |                            | Mjera_srece | Ekonomija  | Obitelj    | Zdravlje   | Sloboda    | Darežljivost | Povjerenje |
|------------------------------------|----------------------------|-------------|------------|------------|------------|------------|--------------|------------|
| <b>Regija</b>                      | <b>Država</b>              |             |            |            |            |            |              |            |
| <b>Eastern Asia</b>                | <b>China</b>               | 5.27299976  | 1.08116579 | 1.16083741 | 0.74141550 | 0.47278771 | 0.02880684   | 0.02279428 |
|                                    | <b>Japan</b>               | 5.92000008  | 1.41691518 | 1.43633783 | 0.91347587 | 0.50562555 | 0.12057277   | 0.16376074 |
|                                    | <b>Mongolia</b>            | 4.95499992  | 1.02723587 | 1.49301124 | 0.55778348 | 0.39414397 | 0.33846423   | 0.03290229 |
|                                    | <b>South Korea</b>         | 5.83799982  | 1.40167844 | 1.12827444 | 0.90021408 | 0.25792167 | 0.20667437   | 0.06328267 |
| <b>Latin America and Caribbean</b> | <b>Argentina</b>           | 6.59899998  | 1.18529546 | 1.44045115 | 0.69513708 | 0.49451920 | 0.10945706   | 0.05973989 |
|                                    | <b>Bolivia</b>             | 5.82299995  | 0.83375657 | 1.22761905 | 0.47363025 | 0.55873293 | 0.22556073   | 0.06047773 |
|                                    | <b>Brazil</b>              | 6.63500023  | 1.10735321 | 1.43130601 | 0.61655235 | 0.43745375 | 0.16234990   | 0.11109276 |
|                                    | <b>Chile</b>               | 6.65199995  | 1.25278461 | 1.28402495 | 0.81947970 | 0.37689528 | 0.32666242   | 0.08228798 |
|                                    | <b>Colombia</b>            | 6.35699987  | 1.07062233 | 1.40218294 | 0.59502792 | 0.47748742 | 0.14901447   | 0.04666874 |
|                                    | <b>Costa Rica</b>          | 7.07900000  | 1.10970628 | 1.41640365 | 0.75950927 | 0.58013165 | 0.21461323   | 0.10010659 |
|                                    | <b>Dominican Republic</b>  | 5.23000002  | 1.07937384 | 1.40241671 | 0.57487375 | 0.55258983 | 0.18696785   | 0.11394525 |
|                                    | <b>Ecuador</b>             | 6.00799990  | 1.00082040 | 1.28616881 | 0.68563622 | 0.45519820 | 0.15011247   | 0.14013465 |
|                                    | <b>El Salvador</b>         | 6.00299978  | 0.90978450 | 1.18212509 | 0.59601855 | 0.43245253 | 0.07825799   | 0.08998096 |
|                                    | <b>Guatemala</b>           | 6.45400000  | 0.87200195 | 1.25558519 | 0.54023999 | 0.53131062 | 0.28348839   | 0.07722328 |
|                                    | <b>Haiti</b>               | 3.60299993  | 0.36861026 | 0.64044982 | 0.27732113 | 0.03036986 | 0.48920378   | 0.09987215 |
|                                    | <b>Honduras</b>            | 5.18100023  | 0.73057312 | 1.14394498 | 0.58256948 | 0.34807986 | 0.23618887   | 0.07334545 |
|                                    | <b>Jamaica</b>             | 5.31099987  | 0.92557931 | 1.36821806 | 0.64102238 | 0.47430724 | 0.23381834   | 0.05526778 |
|                                    | <b>Mexico</b>              | 6.57800007  | 1.15318382 | 1.21086216 | 0.70997900 | 0.41273001 | 0.12099043   | 0.13277412 |
|                                    | <b>Nicaragua</b>           | 6.07100010  | 0.73729920 | 1.28721571 | 0.65309596 | 0.44755185 | 0.30167422   | 0.13068798 |
|                                    | <b>Panama</b>              | 6.45200014  | 1.23374844 | 1.37319255 | 0.70615614 | 0.55002683 | 0.21055694   | 0.07098392 |
|                                    | <b>Paraguay</b>            | 5.49300003  | 0.93253732 | 1.50728488 | 0.57925069 | 0.47350779 | 0.22415066   | 0.09106591 |
|                                    | <b>Peru</b>                | 5.71500015  | 1.03522527 | 1.21877039 | 0.63016611 | 0.45000288 | 0.12681972   | 0.04704909 |
|                                    | <b>Trinidad and Tobago</b> | 6.16800022  | 1.36135590 | 1.38022852 | 0.51998329 | 0.51863074 | 0.32529646   | 0.00896482 |
|                                    | <b>Uruguay</b>             | 6.45400000  | 1.21755970 | 1.41222787 | 0.71921682 | 0.57939225 | 0.17509693   | 0.17806187 |
| <b>Venezuela</b>                   | 5.25000000                 | 1.12843120  | 1.43133760 | 0.61714423 | 0.15399712 | 0.06501963 | 0.06449112   |            |
| <b>North America</b>               | <b>Canada</b>              | 7.31599999  | 1.47920442 | 1.48134899 | 0.83455765 | 0.61110091 | 0.43553972   | 0.28737152 |
|                                    | <b>United States</b>       | 6.99300003  | 1.54625928 | 1.41992056 | 0.77428663 | 0.50574052 | 0.39257878   | 0.13563879 |

Tablica 2.4: Deskriptivna statistika regija istočna Azija, Sjeverna Amerika te Južna Amerika i Karibi (SAS ispis)

**The MEANS Procedure**

**Regija=Eastern Asia**

| Variable     | N | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 4 | 5.4964999 | 0.4615731 | 4.9549999 | 5.9200001 |
| Ekonomija    | 4 | 1.2317488 | 0.2062874 | 1.0272359 | 1.4169152 |
| Obitelj      | 4 | 1.3046152 | 0.1867369 | 1.1282744 | 1.4930112 |
| Zdravlje     | 4 | 0.7782222 | 0.1664567 | 0.5577835 | 0.9134759 |
| Sloboda      | 4 | 0.4076197 | 0.1102166 | 0.2579217 | 0.5056255 |
| Darežljivost | 4 | 0.1736296 | 0.1317208 | 0.0288068 | 0.3384642 |
| Povjerenje   | 4 | 0.0706850 | 0.0643919 | 0.0227943 | 0.1637607 |

**Regija=Latin America and Caribbean**

| Variable     | N  | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 21 | 5.9579048 | 0.7694693 | 3.6029999 | 7.0790000 |
| Ekonomija    | 21 | 1.0116954 | 0.2243284 | 0.3686103 | 1.3613559 |
| Obitelj      | 21 | 1.3000960 | 0.1811528 | 0.6404498 | 1.5072849 |
| Zdravlje     | 21 | 0.6186672 | 0.1135142 | 0.2773211 | 0.8194797 |
| Sloboda      | 21 | 0.4445413 | 0.1345238 | 0.0303699 | 0.5801317 |
| Darežljivost | 21 | 0.2093000 | 0.0987473 | 0.0650196 | 0.4892038 |
| Povjerenje   | 21 | 0.0873439 | 0.0384834 | 0.0089648 | 0.1780619 |

**Regija=North America**

| Variable     | N | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 2 | 7.1545000 | 0.2283955 | 6.9530000 | 7.3160000 |
| Ekonomija    | 2 | 1.5127319 | 0.0474150 | 1.4792044 | 1.5462593 |
| Obitelj      | 2 | 1.4506348 | 0.0434365 | 1.4199206 | 1.4813490 |
| Zdravlje     | 2 | 0.8044221 | 0.0426180 | 0.7742866 | 0.8345577 |
| Sloboda      | 2 | 0.5584207 | 0.0745010 | 0.5057405 | 0.6111009 |
| Darežljivost | 2 | 0.4140593 | 0.0303780 | 0.3925788 | 0.4355397 |
| Povjerenje   | 2 | 0.2115052 | 0.1072912 | 0.1356388 | 0.2873715 |

Japan i Južna Koreja sretnije su države u odnosu prema Kini. U odnosu prema ostatku regije Kina ima iznimno male vrijednosti za varijable *Darežljivost* i *Povjerenje*. Među državama Južne Amerike i Kariba odmah primjećujemo Kostariku i Haiti. Naime, osim po *Darežljivosti*, Haiti je ispodprosječna država (posebice po *Slobodi*). Kostarika se ističe po velikoj vrijednosti varijable *Mjera sreće*, ali nije dominantna u odnosu prema ostalim varijablama. Ako pogledamo države Sjeverne Amerike, Kanada je dominantnija u odnosu prema Americi; jedinu razliku čini varijabla *Ekonomija*.

Tablica 2.5: Podatci za države Bliskog istoka i sjeverne Afrike te južne Azije (SAS ispis)

|  |                               | Mjera_srece | Ekonomija  | Obitelj    | Zdravlje   | Sloboda    | Darežljivost | Povjerenje |
|--|-------------------------------|-------------|------------|------------|------------|------------|--------------|------------|
| <b>Regija</b>                          | <b>Drzava</b>                 |             |            |            |            |            |              |            |
| <b>Middle East and Northern Africa</b> | <b>Algeria</b>                | 5.87200022  | 1.09186447 | 1.14621747 | 0.61758465 | 0.23333581 | 0.06943665   | 0.14609611 |
|  | <b>Bahrain</b>                | 6.08699989  | 1.48841226 | 1.32311046 | 0.65313304 | 0.53674692 | 0.17266849   | 0.25704217 |
|  | <b>Egypt</b>                  | 4.73500013  | 0.98970181 | 0.99747139 | 0.52018726 | 0.28211016 | 0.12863144   | 0.11438137 |
|  | <b>Iran</b>                   | 4.69199991  | 1.15687311 | 0.71155125 | 0.63933319 | 0.24932261 | 0.38724291   | 0.04876107 |
|  | <b>Iraq</b>                   | 4.49700022  | 1.10271049 | 0.97861320 | 0.50118047 | 0.28855553 | 0.19963726   | 0.10721576 |
|  | <b>Israel</b>                 | 7.21299982  | 1.37538242 | 1.37628996 | 0.83840400 | 0.40598860 | 0.33008266   | 0.08524210 |
|  | <b>Jordan</b>                 | 5.33599997  | 0.99101239 | 1.23908889 | 0.60459006 | 0.41842115 | 0.17217046   | 0.11980327 |
|  | <b>Kuwait</b>                 | 6.10500002  | 1.63295245 | 1.25969875 | 0.63210571 | 0.49633759 | 0.22828980   | 0.21515955 |
|  | <b>Lebanon</b>                | 5.22499991  | 1.07498753 | 1.12962425 | 0.73508108 | 0.28851599 | 0.26445076   | 0.03751383 |
|  | <b>Libya</b>                  | 5.52500010  | 1.10180306 | 1.35756433 | 0.52016902 | 0.46573323 | 0.15207367   | 0.09261021 |
|  | <b>Morocco</b>                | 5.23500013  | 0.87811458 | 0.77486444 | 0.59771067 | 0.40815833 | 0.03220996   | 0.08776318 |
|  | <b>Palestinian Territorie</b> | 4.77500010  | 0.71624923 | 1.15564716 | 0.56566697 | 0.25471106 | 0.11417317   | 0.08928260 |
|  | <b>Qatar</b>                  | 6.37500000  | 1.87076569 | 1.27429688 | 0.71009809 | 0.60413098 | 0.33047387   | 0.43929926 |
|  | <b>Saudi Arabia</b>           | 6.34399986  | 1.53062356 | 1.28667760 | 0.59014833 | 0.44975057 | 0.14761601   | 0.27343226 |
|  | <b>Syria</b>                  | 3.46199989  | 0.77715313 | 0.39610261 | 0.50053334 | 0.08153945 | 0.49366373   | 0.15134713 |
|  | <b>Tunisia</b>                | 4.80499983  | 1.00726581 | 0.86835146 | 0.61321205 | 0.28968069 | 0.04969336   | 0.08672315 |
|  | <b>Turkey</b>                 | 5.50000000  | 1.19827437 | 1.33775318 | 0.63760561 | 0.30074060 | 0.04669304   | 0.09967158 |
|  | <b>United Arab Emirates</b>   | 6.64799976  | 1.62634337 | 1.26641023 | 0.72679824 | 0.60834527 | 0.36094195   | 0.32448956 |
|  | <b>Yemen</b>                  | 3.59299994  | 0.59168345 | 0.93538225 | 0.31008092 | 0.24946372 | 0.10412521   | 0.05676742 |
| <b>Southern Asia</b>                   | <b>Afghanistan</b>            | 3.79399991  | 0.40147722 | 0.58154333 | 0.18074678 | 0.10617952 | 0.31187093   | 0.06115783 |
|  | <b>Bangladesh</b>             | 4.60799980  | 0.58668298 | 0.73513174 | 0.53324103 | 0.47835666 | 0.17225535   | 0.12371786 |
|  | <b>Bhutan</b>                 | 5.01100016  | 0.88541639 | 1.34012651 | 0.49587929 | 0.50153768 | 0.47405455   | 0.17338039 |
|  | <b>India</b>                  | 4.31500006  | 0.79222125 | 0.75437260 | 0.45542762 | 0.46998701 | 0.23153849   | 0.09222689 |
|  | <b>Nepal</b>                  | 4.96199989  | 0.47982019 | 1.17928326 | 0.50413078 | 0.44030595 | 0.39409617   | 0.07297555 |
|  | <b>Pakistan</b>               | 5.26900005  | 0.72688353 | 0.67269069 | 0.40204778 | 0.23521526 | 0.31544602   | 0.12434807 |
|  | <b>Sri Lanka</b>              | 4.44000006  | 1.00985014 | 1.25997639 | 0.62513083 | 0.56121326 | 0.49086356   | 0.07365397 |

Tablica 2.6: Deskriptivna statistika regija Bliski istok i sjeverna Afrika te južna Azija (SAS ispis)

**The MEANS Procedure**

Regija=Middle East and Northern Africa

| Variable     | N  | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 19 | 5.3696842 | 0.9852456 | 3.4619999 | 7.2129998 |
| Ekonomija    | 19 | 1.1685354 | 0.3402122 | 0.5916834 | 1.8707657 |
| Obitelj      | 19 | 1.0955114 | 0.2635823 | 0.3961026 | 1.3762900 |
| Zdravlje     | 19 | 0.6059801 | 0.1124622 | 0.3100809 | 0.8384040 |
| Sloboda      | 19 | 0.3637678 | 0.1397995 | 0.0815394 | 0.6083453 |
| Darežljivost | 19 | 0.1991723 | 0.1302980 | 0.0322100 | 0.4936637 |
| Povjerenje   | 19 | 0.1490843 | 0.1060060 | 0.0375138 | 0.4392993 |

Regija=Southern Asia

| Variable     | N | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 7 | 4.6284286 | 0.4997323 | 3.7939999 | 5.2690001 |
| Ekonomija    | 7 | 0.6974788 | 0.2198504 | 0.4014772 | 1.0098501 |
| Obitelj      | 7 | 0.9318749 | 0.3150805 | 0.5815433 | 1.3401265 |
| Zdravlje     | 7 | 0.4566577 | 0.1397324 | 0.1807468 | 0.6251308 |
| Sloboda      | 7 | 0.3989708 | 0.1645394 | 0.1061795 | 0.5612133 |
| Darežljivost | 7 | 0.3414464 | 0.1189807 | 0.1722554 | 0.4908636 |
| Povjerenje   | 7 | 0.1030658 | 0.0397237 | 0.0611578 | 0.1733804 |

Među državama Bliskog istoka i sjeverne Afrike uočavamo nekoliko jako sretnih država s dobrom ekonomskom situacijom, primjerice, Izrael, Ujedinjeni Arapski Emirati i Katar. S druge strane nalaze se Sirija i Jemen, jedne od najmanje sretnih država svijeta. Zanimljivo je uočiti kako je Šri Lanka dominantnija zemlja u odnosu prema Indiji. Zbog ratne situacije za Afganistan bilježimo očekivano niske vrijednosti svih varijabla.

Tablica 2.7: Podatci za države zapadne Europe i jugoistočne Azije (SAS ispis)

|                          |                     | Mjera_srece | Ekonomija  | Obitelj    | Zdravlje   | Sloboda    | Dareljivost | Povjerenje |
|--------------------------|---------------------|-------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|
| <b>Regija</b>            | <b>Drzava</b>       |             |            |            |            |            |             |            |
| <b>Western Europe</b>    | <b>Austria</b>      | 7.00600004  | 1.48709726 | 1.45994496 | 0.81532842 | 0.56776619 | 0.31647232  | 0.22106037 |
|                          | <b>Belgium</b>      | 6.89099979  | 1.46378076 | 1.46231270 | 0.81809187 | 0.53977072 | 0.23150334  | 0.25134313 |
|                          | <b>Cyprus</b>       | 5.62099981  | 1.35593808 | 1.13136327 | 0.84471470 | 0.35511154 | 0.27125430  | 0.04123798 |
|                          | <b>Denmark</b>      | 7.52199984  | 1.48238301 | 1.55112159 | 0.79256553 | 0.62600672 | 0.35528049  | 0.40077007 |
|                          | <b>Finland</b>      | 7.46899986  | 1.44357193 | 1.54024673 | 0.80915767 | 0.61795086 | 0.24548277  | 0.38261154 |
|                          | <b>France</b>       | 6.44199991  | 1.43092346 | 1.38777685 | 0.84446585 | 0.47022212 | 0.12976231  | 0.17250243 |
|                          | <b>Germany</b>      | 6.95100021  | 1.48792338 | 1.47252035 | 0.79895073 | 0.56251138 | 0.33626917  | 0.27673194 |
|                          | <b>Greece</b>       | 5.22700024  | 1.28948748 | 1.23941457 | 0.81019890 | 0.09573125 | 0.00000000  | 0.04328978 |
|                          | <b>Iceland</b>      | 7.50400019  | 1.48063302 | 1.61057401 | 0.83355212 | 0.62716264 | 0.47554022  | 0.15352656 |
|                          | <b>Ireland</b>      | 6.97700024  | 1.53570664 | 1.55823112 | 0.80978262 | 0.57311034 | 0.42785832  | 0.29838815 |
|                          | <b>Italy</b>        | 5.96400023  | 1.39506662 | 1.44492328 | 0.85314435 | 0.25645071 | 0.17278965  | 0.02802809 |
|                          | <b>Luxembourg</b>   | 6.86299992  | 1.74194360 | 1.45758367 | 0.84508950 | 0.59662789 | 0.28318098  | 0.31883442 |
|                          | <b>Malta</b>        | 6.52699995  | 1.34327984 | 1.48841167 | 0.82194424 | 0.58876705 | 0.57473058  | 0.15306607 |
|                          | <b>Netherlands</b>  | 7.37699986  | 1.50394464 | 1.42893922 | 0.81069613 | 0.58538449 | 0.47048983  | 0.28266183 |
|                          | <b>North Cyprus</b> | 5.80999994  | 1.34691131 | 1.18630338 | 0.83464724 | 0.47120363 | 0.26684570  | 0.15535335 |
|                          | <b>Norway</b>       | 7.53700018  | 1.61646318 | 1.53352356 | 0.79666650 | 0.63542259 | 0.36201224  | 0.31596384 |
|                          | <b>Portugal</b>     | 5.19500017  | 1.31517530 | 1.36704302 | 0.79584354 | 0.49846530 | 0.09510271  | 0.01586945 |
|                          | <b>Spain</b>        | 6.40299988  | 1.38439786 | 1.53209090 | 0.88896060 | 0.40878123 | 0.19013357  | 0.07091410 |
|                          | <b>Sweden</b>       | 7.28399992  | 1.49438727 | 1.47816217 | 0.83087516 | 0.61292410 | 0.38539925  | 0.38439873 |
|                          | <b>Switzerland</b>  | 7.49399996  | 1.56497955 | 1.51691175 | 0.85813129 | 0.62007058 | 0.29054928  | 0.36700729 |
| <b>United Kingdom</b>    | 6.71400023          | 1.44163394  | 1.49646008 | 0.80533594 | 0.50819004 | 0.49277416 | 0.26542807  |            |
| <b>Southeastern Asia</b> | <b>Cambodia</b>     | 4.16800022  | 0.60176510 | 1.00623834 | 0.42978340 | 0.63337582 | 0.38592297  | 0.06810595 |
|                          | <b>Indonesia</b>    | 5.26200008  | 0.99553859 | 1.27444470 | 0.49234572 | 0.44332346 | 0.61170459  | 0.01531714 |
|                          | <b>Malaysia</b>     | 6.08400011  | 1.29121542 | 1.28464603 | 0.61878443 | 0.40226498 | 0.41660893  | 0.06560071 |
|                          | <b>Myanmar</b>      | 4.54500008  | 0.36711055 | 1.12323594 | 0.39752257 | 0.51449204 | 0.83807516  | 0.18881621 |
|                          | <b>Philippines</b>  | 5.42999983  | 0.85769922 | 1.25391758 | 0.46800906 | 0.58521467 | 0.19351342  | 0.09933189 |
|                          | <b>Singapore</b>    | 6.57200003  | 1.69227767 | 1.35381436 | 0.94949240 | 0.54984057 | 0.34596598  | 0.46430779 |
|                          | <b>Thailand</b>     | 6.42399979  | 1.12786877 | 1.42579246 | 0.64723903 | 0.58020073 | 0.57212311  | 0.03161274 |
|                          | <b>Vietnam</b>      | 5.07399988  | 0.78854758 | 1.27749133 | 0.65216899 | 0.57105559 | 0.23496805  | 0.08763324 |

Tablica 2.8: Deskriptivna statistika regija zapadna Europa i jugoistočna Azija (SAS ispis)

**The MEANS Procedure**

**Regija=Western Europe**

| Variable     | N  | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 21 | 6.7037143 | 0.7568905 | 5.1950002 | 7.5370002 |
| Ekonomija    | 21 | 1.4574109 | 0.1060254 | 1.2894875 | 1.7419436 |
| Obitelj      | 21 | 1.4449457 | 0.1235719 | 1.1313633 | 1.6105740 |
| Zdravlje     | 21 | 0.8246735 | 0.0246752 | 0.7925655 | 0.8889606 |
| Sloboda      | 21 | 0.5151253 | 0.1379214 | 0.0957313 | 0.6354226 |
| Darežljivost | 21 | 0.3034967 | 0.1420512 | 0         | 0.5747306 |
| Povjerenje   | 21 | 0.2189994 | 0.1269483 | 0.0158695 | 0.4007701 |

**Regija=Southeastern Asia**

| Variable     | N | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 8 | 5.4448750 | 0.8659408 | 4.1680002 | 6.5720000 |
| Ekonomija    | 8 | 0.9652529 | 0.4131530 | 0.3671106 | 1.6922777 |
| Obitelj      | 8 | 1.2499476 | 0.1307879 | 1.0062383 | 1.4257925 |
| Zdravlje     | 8 | 0.5819182 | 0.1788124 | 0.3975226 | 0.9494924 |
| Sloboda      | 8 | 0.5349710 | 0.0776498 | 0.4022650 | 0.6333758 |
| Darežljivost | 8 | 0.4498603 | 0.2137196 | 0.1935134 | 0.8380752 |
| Povjerenje   | 8 | 0.1275907 | 0.1457593 | 0.0153171 | 0.4643078 |

U zapadnoj su Europi države koje su iznimno sretne. Norveška, kao država s najvećom mjerom sreće, predvodnica je ove regije. Ekonomska situacija u svim je državama iznimno dobra, posebice u Luksemburgu. Prema Tablici 2.7, Grčka ima vrijednost 0 za varijablu *Darežljivost*; ljudi nisu skloni donirati u dobrotvorne svrhe. Singapur u odnosu prema drugim državama jugoistočne Azije ima mnogo bolju ekonomsku situaciju, a korumpiranost je svedena na minimum.

Tablica 2.9: Podatci za države supsaharske Afrike (SAS ispis)

| Regija             | Država              | Mjera_srece | Ekonomija  | Obitelj    | Zdravlje   | Sloboda    | Dareljivost | Povjerenje |
|--------------------|---------------------|-------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|
| Sub-Saharan Africa | Angola              | 3.79500008  | 0.85842818 | 1.10441196 | 0.04986867 | 0.00000000 | 0.09792649  | 0.06972034 |
|                    | Benin               | 3.65700007  | 0.43108541 | 0.43529984 | 0.20993021 | 0.42596278 | 0.20794846  | 0.06092902 |
|                    | Botswana            | 3.76600003  | 1.12209415 | 1.22155500 | 0.34175551 | 0.50519633 | 0.09934845  | 0.09858320 |
|                    | Burkina Faso        | 4.03200007  | 0.35022771 | 1.04328001 | 0.21584426 | 0.32436785 | 0.25086469  | 0.12032811 |
|                    | Burundi             | 2.90499997  | 0.09162257 | 0.62979358 | 0.15161079 | 0.05990075 | 0.20443519  | 0.08414795 |
|                    | Cameroon            | 4.69500017  | 0.56430537 | 0.94601822 | 0.13289212 | 0.43038875 | 0.23629846  | 0.05130663 |
|                    | Chad                | 3.93600011  | 0.43801299 | 0.95385587 | 0.04113472 | 0.16234203 | 0.21611385  | 0.05358188 |
|                    | Congo (Brazzaville) | 4.29099989  | 0.80896425 | 0.83204436 | 0.28995743 | 0.43502587 | 0.12085213  | 0.07961813 |
|                    | Congo (Kinshasa)    | 4.28000021  | 0.09210235 | 1.22902346 | 0.19140703 | 0.23596135 | 0.24645583  | 0.06024136 |
|                    | Ethiopia            | 4.46000004  | 0.33923385 | 0.86466920 | 0.35340971 | 0.40884274 | 0.31265074  | 0.16545571 |
|                    | Gabon               | 4.46500015  | 1.19821024 | 1.15562022 | 0.35657859 | 0.31232858 | 0.04378538  | 0.07604679 |
|                    | Ghana               | 4.11999989  | 0.66722482 | 0.87366474 | 0.29563773 | 0.42302629 | 0.25692394  | 0.02533637 |
|                    | Guinea              | 3.50699997  | 0.24454993 | 0.79124469 | 0.19412914 | 0.34858751 | 0.26481509  | 0.11093762 |
|                    | Ivory Coast         | 4.17999983  | 0.60304892 | 0.90478003 | 0.04864217 | 0.44770619 | 0.20123747  | 0.13006178 |
|                    | Kenya               | 4.55299997  | 0.56047946 | 1.06795073 | 0.30998835 | 0.45276377 | 0.44486031  | 0.06464132 |
|                    | Liberia             | 3.53299999  | 0.11904179 | 0.87211794 | 0.22991820 | 0.33288118 | 0.26654989  | 0.03894825 |
|                    | Madagascar          | 3.64400005  | 0.30580869 | 0.91302037 | 0.37522331 | 0.18919677 | 0.20873253  | 0.06723198 |
|                    | Malawi              | 3.97000003  | 0.23344204 | 0.51256883 | 0.31508958 | 0.46691465 | 0.28717047  | 0.07271165 |
|                    | Mali                | 4.19000006  | 0.47618049 | 1.28147340 | 0.16936567 | 0.30661374 | 0.18335420  | 0.10497025 |
|                    | Mauritania          | 4.29199982  | 0.64845729 | 1.27203083 | 0.28534928 | 0.09609804 | 0.20187002  | 0.13695701 |
|                    | Mauritius           | 5.62900019  | 1.18939555 | 1.20956099 | 0.63800746 | 0.49124733 | 0.36093375  | 0.04218156 |
|                    | Niger               | 4.02799988  | 0.16192533 | 0.99302501 | 0.26850501 | 0.36365870 | 0.22867385  | 0.13857295 |
|                    | Nigeria             | 5.07399988  | 0.78375626 | 1.21577048 | 0.05691573 | 0.39495257 | 0.23094720  | 0.02612157 |
|                    | Rwanda              | 3.47099996  | 0.36874589 | 0.94570702 | 0.32642481 | 0.58184385 | 0.25275603  | 0.45522001 |
|                    | Senegal             | 4.53499985  | 0.47930902 | 1.17969191 | 0.40936285 | 0.37792227 | 0.18346889  | 0.11546045 |
|                    | Sierra Leone        | 4.70900011  | 0.36842093 | 0.98413605 | 0.00556475 | 0.31869769 | 0.29304090  | 0.07109518 |
|                    | South Africa        | 4.82900000  | 1.05469871 | 1.38478863 | 0.18708007 | 0.47924674 | 0.13936238  | 0.07250950 |
|                    | Sudan               | 4.13899994  | 0.65951669 | 1.21400857 | 0.29092082 | 0.01499586 | 0.18231745  | 0.08984752 |
|                    | Tanzania            | 3.34899998  | 0.51113588 | 1.04198980 | 0.36450928 | 0.39001778 | 0.35425636  | 0.06603511 |
|                    | Togo                | 3.49499989  | 0.30544472 | 0.43188253 | 0.24710557 | 0.38042614 | 0.19689615  | 0.09566502 |
|                    | Uganda              | 4.08099985  | 0.38143072 | 1.12982774 | 0.21763261 | 0.44318596 | 0.32576606  | 0.05706972 |
|                    | Zambia              | 4.51399994  | 0.63640678 | 1.00318730 | 0.25783590 | 0.46160349 | 0.24958015  | 0.07821355 |
|                    | Zimbabwe            | 3.87500000  | 0.37584654 | 1.08309591 | 0.19676375 | 0.33638421 | 0.18914349  | 0.09537538 |

Tablica 2.10: Deskriptivna statistika regije supsaharska Afrika (SAS ispis)

**The MEANS Procedure**  
Regija=Sub-Saharan Africa

| Variable     | N  | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 33 | 4.1211818 | 0.5482662 | 2.9050000 | 5.6290002 |
| Ekonomija    | 33 | 0.5281380 | 0.3048920 | 0.0916226 | 1.1982102 |
| Obitelj      | 33 | 0.9915483 | 0.2371578 | 0.4318825 | 1.3847886 |
| Zdravlje     | 33 | 0.2431625 | 0.1278524 | 0.0055648 | 0.6380075 |
| Sloboda      | 33 | 0.3454027 | 0.1441928 | 0         | 0.5818439 |
| Darežljivost | 33 | 0.2284647 | 0.0808043 | 0.0437854 | 0.4448603 |
| Povjerenje   | 33 | 0.0931855 | 0.0728133 | 0.0253364 | 0.4552200 |

U regiji supsaharska Afrika prevladavaju države koje su najmanje sretno. U ovoj se regiji nalazi i najmanje sretna država, Burundi. Prema Tablici 2.7, Angola ima vrijednost 0 za varijablu *Sloboda*; naime, već se godinama krše osnovna ljudska prava kao što su sloboda okupljanja, udruživanja, govora i medija. Po *Mjeri sreće* ističu se Mauricijus i Nigerija; bolja ekonomska situacija prevladava na Mauricijusu.

Tablica 2.11: Deskriptivna statistika originalnih podataka (SAS ispis)

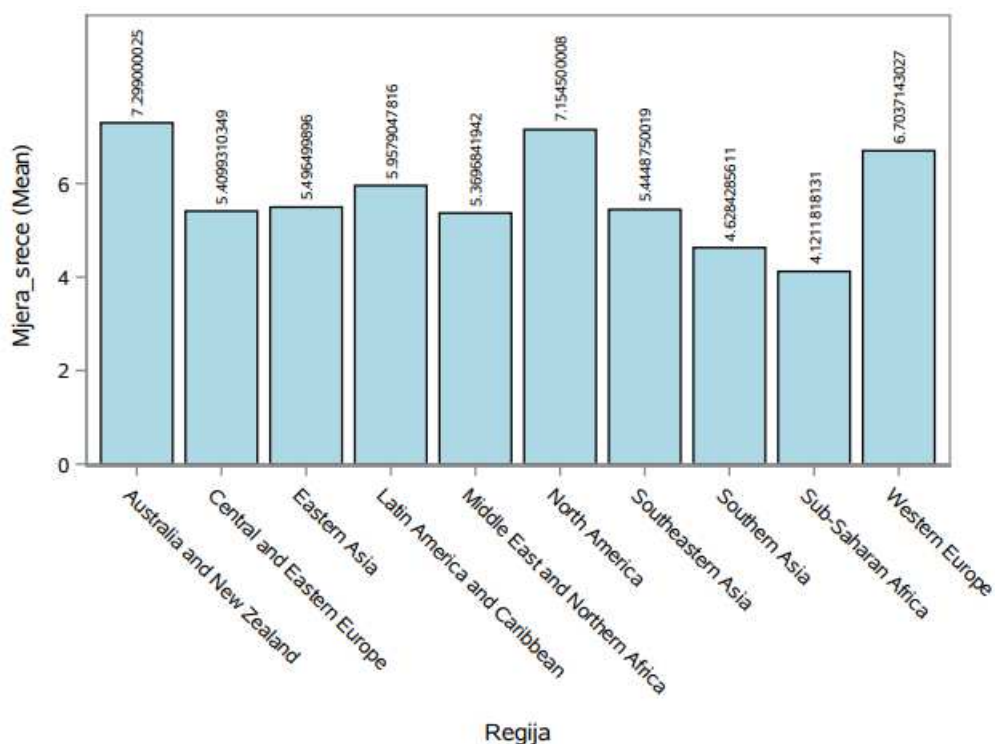
**The MEANS Procedure**

| Variable     | N   | Mean      | Std Dev   | Minimum   | Maximum   |
|--------------|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mjera_srece  | 146 | 5.3949041 | 1.1186029 | 2.9050000 | 7.5370002 |
| Ekonomija    | 146 | 1.0040986 | 0.4039941 | 0.0916226 | 1.8707657 |
| Obitelj      | 146 | 1.2059496 | 0.2693977 | 0.3961026 | 1.6105740 |
| Zdravlje     | 146 | 0.5652676 | 0.2233314 | 0.0055648 | 0.9494924 |
| Sloboda      | 146 | 0.4078774 | 0.1507146 | 0         | 0.6582487 |
| Darežljivost | 146 | 0.2464319 | 0.1373115 | 0         | 0.8380752 |
| Povjerenje   | 146 | 0.1217934 | 0.1025196 | 0         | 0.4643078 |

Usporedimo države Balkana s Tablicom 2.11. Kosovo je jedina država Balkana koja je po svim varijablama ispodprosječna država. Slovenija, Srbija i Rumunjska iznadprosječno su sretno države. Ako pogledamo ekonomsku situaciju, jedino su Albanija te Bosna i Hercegovina ispodprosječne. Unatoč tome, sve države imaju dobre temelje za razvoj zdravog životnog vijeka. Hrvatska se s Makedonijom te Bosnom i Hercegovinom ističe po veličnosti, tj. donacijama u dobrotvorne svrhe. Zanimljivo je uočiti kako su jedino Slovenija i Rumunjska zadovoljne slobodom donošenja životnih odluka. Sve države imaju ispodprosječnu vrijednost varijable *Povjerenje*; pripadaju skupini korumpiranih država svijeta.



Na Slici 2.1 vidimo da regija Australija i Novi Zeland imaju najveću prosječnu vrijednost varijable *Mjera sreće*, a u stopu je slijede Sjeverna Amerika i zapadna Europa. Međutim, regijama Australija i Novi Zeland te Sjeverna Amerika pripadaju samo dvije države, a u zapadnoj je Europi 21 država i u njoj se nalazi većina najsretnijih država svijeta.



Slika 2.1: Aritmetička sredina varijable *Mjera sreće* po regijama

## 2.3 Hijerarhijsko klasteriranje

Broj klastera određuje donositelj odluke; ovisi na kojoj će visini odsjeći dendrogram. Općenito je pogreška koristiti dendrograme kao alat za određivanje točnog broja klastera u podacima. Kada znamo da postoji točan broj klastera, to će u većini slučajeva biti vidljivo na dendrogramu. Aglomerativno klasteriranje provodi se korištenjem procedure cluster. Za Wardovu metodu i metodu maksimuma, pri čemu je udaljenost euklidska, korišten je sljedeći SAS kod nad originalnim podacima:

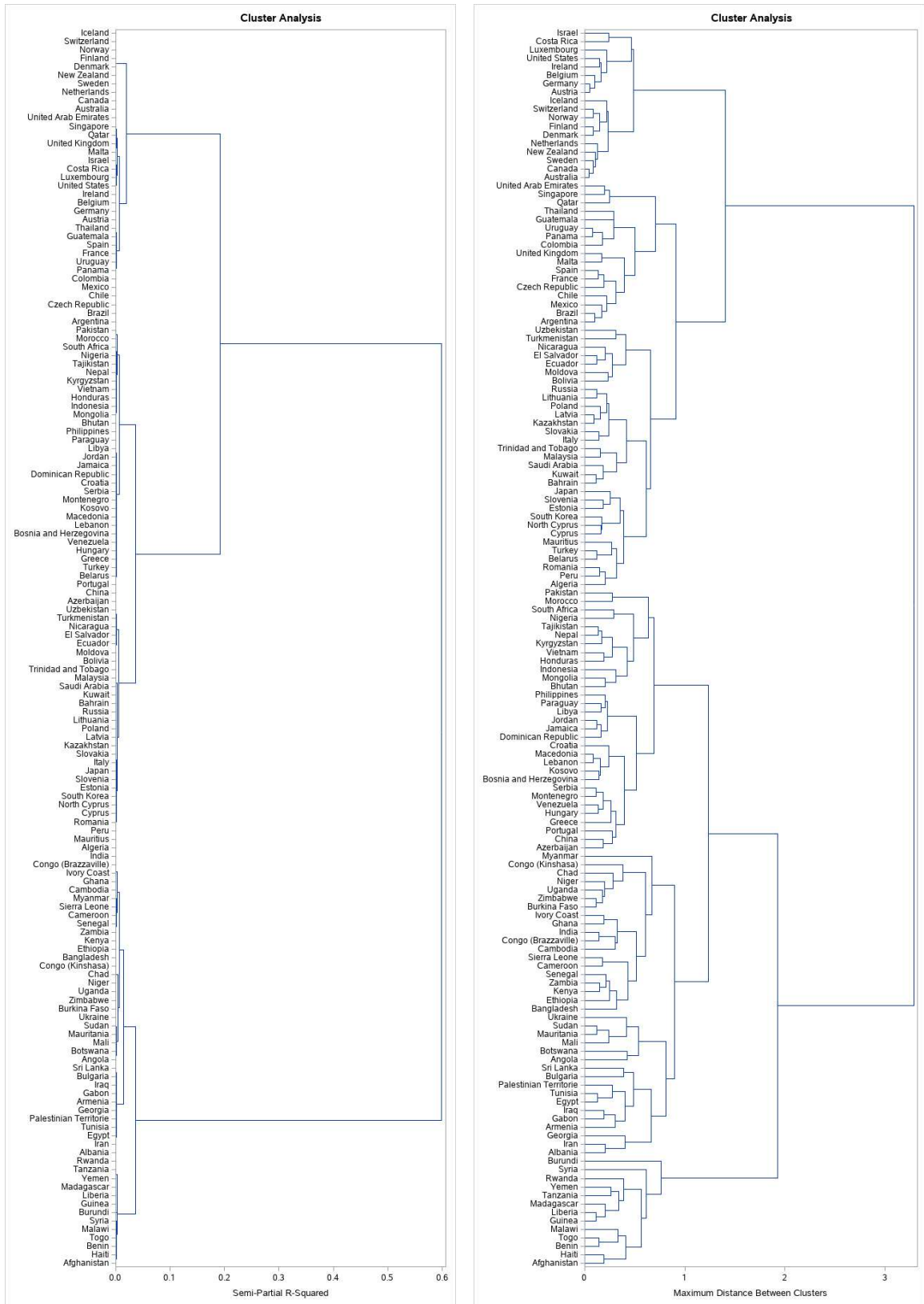
```
proc distance data=final out=dist nostd method=Euclid;
  var interval(Mjera_srece Ekonomija Obitelj Zdravlje Sloboda
  Darezljivost Povjerenje);
```

```
    id Drzava;  
run;  
  
proc cluster data=dist method=ward outtree=Tree;  
    id Drzava;  
run;  
  
proc cluster data=dist method=com outtree=Tree;  
    id Drzava;  
run;
```

Za odabranu mjeru udaljenosti, koju definiramo naredbom `method`, procedura `distance` računa matricu udaljenosti te je sprema u bazu `out`. Nakon toga procedura `cluster` provodi hijerarhijsko klasteriranje nad bazom `out`, ovisno o metodi koja je određena naredbom `method`. Preko naredbe `id` definiramo varijablu po kojoj ćemo razlikovati opažanja u dendrogramu.

Na Slici 2.2 prikazani su dendrogrami dobiveni gornjim kodom; lijevo se nalazi dendrogram dobiven Wardovom metodom, a desno dendrogram dobiven metodom maksimuma. Za Hrvatsku možemo primijetiti da se u oba dendrograma pojavljuje s nekim državama Balkana, točnije sa Srbijom, Crnom Gorom, Kosovom, Makedonijom te Bosnom i Hercegovinom. Međutim, s njima se pojavljuje i Libanon, koji spada pod regiju Bliski istok i sjeverna Afrika. Slovenija i Rumunjska pojavljuju se s Estonijom, Južnom Korejom, Sjevernim Ciprom i Ciprom, a Bugarska i Albanija pojavljuju se s Palestinom, Egiptom, Armenijom, Iranom, Irakom, Gruzijom i Gabonom.

Također je zanimljivo uočiti pridruživanje Turske Balkanu u odnosu prema različitim metodama: primjenom Wardove metode Turska je bliže Hrvatskoj, Srbiji, Crnoj Gori, Kosovu, Makedoniji te Bosni i Hercegovini, dok je primjenom metode maksimuma bliže Sloveniji i Rumunjskoj. Pogledamo li deset država koje imaju najveću mjeru sreće (Norveška, Danska, Island, Švicarska, Finska, Nizozemska, Kanada, Novi Zeland, Švedska i Australija), vidimo da se na oba dendrograma pojavljuju zajedno.



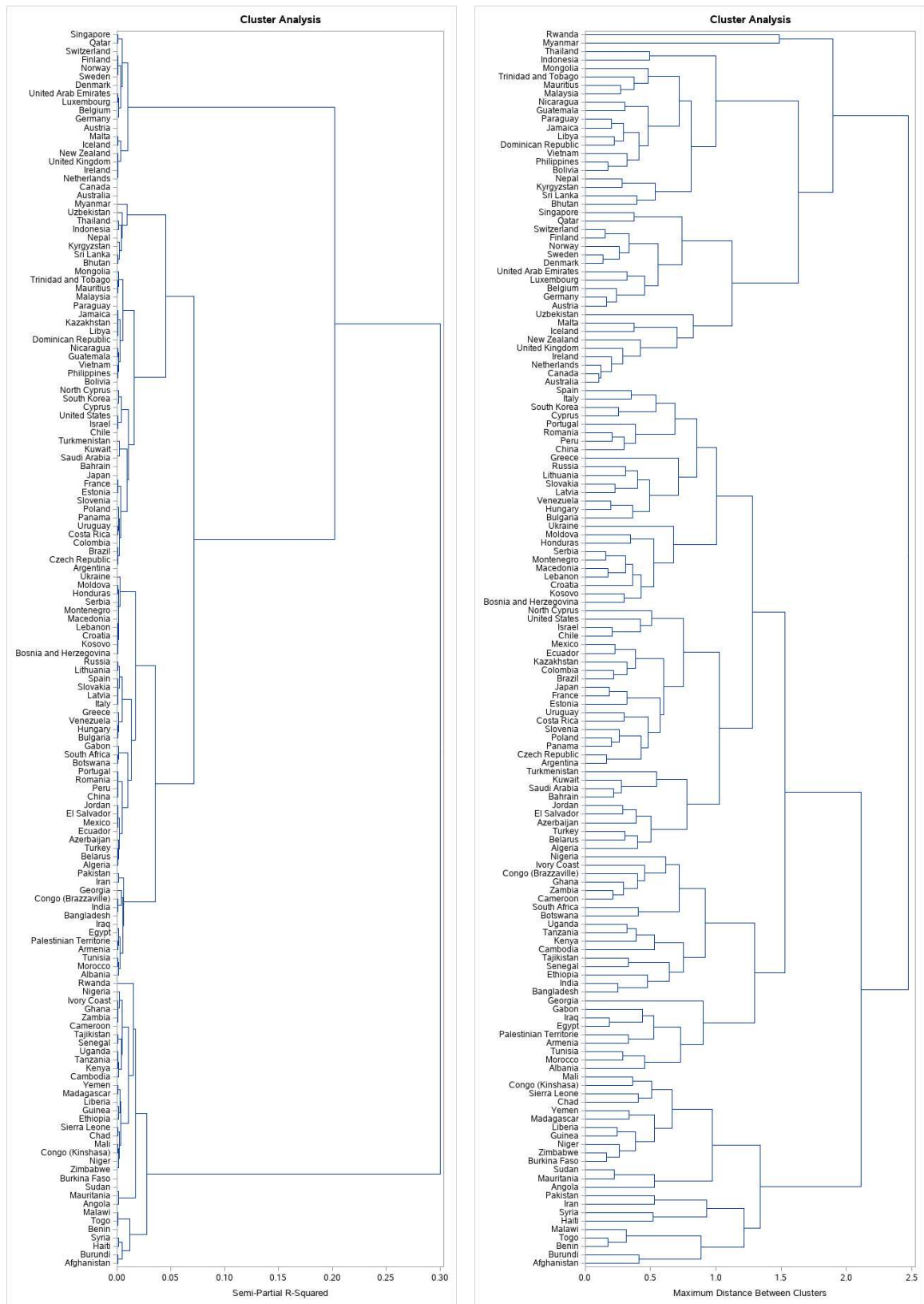
Slika 2.2: Dendrogram originalnih podataka dobiven Wardovom metodom i metodom maksimuma (SAS ispisi)

Wardovu metodu i metodu maksimuma primjenjujemo nad standardiziranim podacima, pri čemu je odabrana euklidska udaljenost. Standardizacija je obavljena procedurom `stdize`, koja dobivene podatke sprema u bazu `out`. Naredbom `method` određujemo metodu standardizacije. Korišten je sljedeći SAS kod:

```
proc stdize data=final out=standardizirani method=std nomiss;  
    var Mjera_srece Ekonomija Obitelj Zdravlje Sloboda  
        Darezljivost Povjerenje;  
run;  
  
proc distance data=standardizirani out=dist nostd method=Euclid;  
    var interval(Mjera_srece Ekonomija Obitelj Zdravlje Sloboda  
        Darezljivost Povjerenje);  
    id Drzava;  
run;  
  
proc cluster data=dist method=ward outtree=Tree;  
    id Drzava;  
run;  
  
proc cluster data=dist method=com outtree=Tree;  
    id Drzava;  
run;
```

Na Slici 2.3 prikazani su dendrogrami dobiveni primjenom Wardove metode i metode maksimuma nad standardiziranim podacima. U oba dendrograma, kao i kod originalnih podataka, Hrvatska se pojavljuje sa Srbijom, Crnom Gorom, Kosovom, Makedonijom te Bosnom i Hercegovinom, a s njima se pojavljuje i Libanon. Ako to usporedimo s originalnim podacima, Bugarska i Albanija se ne pojavljuju zajedno; Bugarska je bliža Hrvatskoj, a Albanija se u oba dendrograma pojavljuje s Marokom, Tunisom, Armenijom, Palestinom i Egiptom. Zanimljivo je uočiti da se Slovenija neovisno o metodi pojavljuje s Francuskom, Estonijom, Poljskom, Urugvajom, Panamom i Kostarikom, a Rumunjska se pojavljuje s Portugalom, Kinom i Peruom.

Za razliku od originalnih podataka gdje se deset najsretnijih zemalja pojavljuju zajedno, na oba dendrograma se Švicarska, Finska, Norveška, Švedska i Danska pojavljuju sa Singapurom i Katarom, a Island, Novi Zeland, Nizozemska, Kanada i Australija pojavljuju se s Irskom i Ujedinjenim Kraljevstvom.



Slika 2.3: Dendrogram standardiziranih podataka dobiven Wardovom metodom i metodom maksimuma (SAS ispisi)

## 2.4 Nehijerarhijsko klasteriranje

Nakon hijerarhijskoga klasteriranja provedeno je nehijerarhijsko klasteriranje. Proveden je algoritam k-sredina nad originalnim i standardiziranim podacima. S obzirom na to da većina dendrograma sugerira 5 do 7 klastera, proveden je algoritam za  $k = 5, 6, 7$ . Za  $k = 5$  korišten je sljedeći SAS kod:

```
proc fastclus data=final out=klaster5 maxclusters=5 nomiss maxiter=300;  
    var Mjera_srece Ekonomija Obitelj Zdravlje Sloboda  
        Darezljivost Povjerenje;  
run;
```

Procedura fastclus provodi algoritam k-sredina nad bazom data te rezultat klasteriranja sprema u bazu out. Naredbom maxclusters definiramo broj klastera, dok naredbom nomiss u analizu ne ulaze varijable koje nedostaju. Za mjeru udaljenosti procedura fastclus uzima Euklidsku udaljenost. Naredbom maxiter definiramo maksimalni broj iteracija. Analogni kod primjenjujemo i za standardizirane podatke te za  $k = 6, 7$ .

U Tablicama 2.12, 2.13, 2.14 i 2.15 prikazani su rezultati klasteriranja algoritmom k-sredina primijenjenog na originalne i standardizirane podatke za  $k = 5, 6, 7$ . Baza podataka može sadržavati više obilježja i ta se obilježja mogu međusobno bitno razlikovati zato što, primjerice, dolaze iz različitih domena. Stoga razlike možemo bolje uočiti ako standardiziramo podatke; grafički prikaz aritmetičkih sredina bit će mnogo bolji i jasniji.

Tablica 2.12: Rezultati klasteriranja algoritmom k-sredina (SAS ispis)

| Obs | Drzava              | k=5<br>orig | k=5<br>stand | Drzava_1               | k=6<br>orig | k=6<br>stand | Drzava_2               | k=7<br>orig | k=7<br>stand |
|-----|---------------------|-------------|--------------|------------------------|-------------|--------------|------------------------|-------------|--------------|
| 1   | Afghanistan         | 1           | 4            | Moldova                | 1           | 1            | Pakistan               | 1           | 1            |
| 2   | Haiti               | 1           | 4            | Azerbajjan             | 1           | 1            | Iran                   | 1           | 2            |
| 3   | Syria               | 1           | 4            | Bosnia and Herzegovina | 1           | 1            | Albania                | 1           | 2            |
| 4   | Benin               | 1           | 4            | Croatia                | 1           | 1            | Bosnia and Herzegovina | 1           | 2            |
| 5   | Burundi             | 1           | 4            | Greece                 | 1           | 1            | Bulgaria               | 1           | 2            |
| 6   | Guinea              | 1           | 4            | Honduras               | 1           | 1            | Egypt                  | 1           | 2            |
| 7   | Malawi              | 1           | 4            | Hungary                | 1           | 1            | Honduras               | 1           | 2            |
| 8   | Togo                | 1           | 4            | Kosovo                 | 1           | 1            | Kosovo                 | 1           | 2            |
| 9   | Tanzania            | 1           | 2            | Lebanon                | 1           | 1            | Lebanon                | 1           | 2            |
| 10  | Liberia             | 1           | 4            | Macedonia              | 1           | 1            | Macedonia              | 1           | 2            |
| 11  | Madagascar          | 1           | 4            | Montenegro             | 1           | 1            | Morocco                | 1           | 2            |
| 12  | Yemen               | 1           | 4            | Morocco                | 1           | 1            | Palestinian Territorie | 1           | 2            |
| 13  | Rwanda              | 1           | 2            | Serbia                 | 1           | 1            | Tunisia                | 1           | 2            |
| 14  | Georgia             | 2           | 4            | Turkey                 | 1           | 1            | Mongolia               | 1           | 3            |
| 15  | Armenia             | 2           | 5            | Venezuela              | 1           | 1            | Vietnam                | 1           | 3            |
| 16  | Gabon               | 2           | 5            | Bolivia                | 1           | 1            | South Africa           | 1           | 4            |
| 17  | Iraq                | 2           | 5            | Cyprus                 | 1           | 1            | Nigeria                | 1           | 4            |
| 18  | Ukraine             | 2           | 5            | Estonia                | 1           | 1            | Bhutan                 | 1           | 5            |
| 19  | Botswana            | 2           | 2            | Mauritius              | 1           | 1            | Indonesia              | 1           | 5            |
| 20  | Bangladesh          | 2           | 2            | Peru                   | 1           | 1            | Kyrgyzstan             | 1           | 5            |
| 21  | Burkina Faso        | 2           | 2            | Belarus                | 1           | 1            | Nepal                  | 1           | 5            |
| 22  | Cameroon            | 2           | 2            | China                  | 1           | 1            | Tajikistan             | 1           | 5            |
| 23  | Congo (Brazzaville) | 2           | 2            | Dominican Republic     | 1           | 1            | Algeria                | 2           | 2            |
| 24  | Congo (Kinshasa)    | 2           | 2            | Jamaica                | 1           | 1            | Lithuania              | 2           | 2            |
| 25  | Ethiopia            | 2           | 2            | Jordan                 | 1           | 1            | Moldova                | 2           | 2            |
| 26  | Ghana               | 2           | 2            | Libya                  | 1           | 1            | South Korea            | 2           | 2            |
| 27  | India               | 2           | 2            | Mongolia               | 1           | 1            | Azerbajjan             | 2           | 2            |
| 28  | Ivory Coast         | 2           | 2            | Paraguay               | 1           | 1            | Croatia                | 2           | 2            |
| 29  | Mali                | 2           | 2            | Philippines            | 1           | 1            | Greece                 | 2           | 2            |
| 30  | Niger               | 2           | 2            | Portugal               | 1           | 1            | Hungary                | 2           | 2            |
| 31  | Senegal             | 2           | 2            | Vietnam                | 1           | 1            | Montenegro             | 2           | 2            |
| 32  | Sierra Leone        | 2           | 2            | Indonesia              | 1           | 3            | Serbia                 | 2           | 2            |
| 33  | Uganda              | 2           | 2            | Pakistan               | 2           | 2            | Turkey                 | 2           | 2            |
| 34  | Zambia              | 2           | 2            | Iran                   | 2           | 2            | Venezuela              | 2           | 2            |
| 35  | Zimbabwe            | 2           | 2            | Armenia                | 2           | 1            | Bolivia                | 2           | 3            |
| 36  | Angola              | 2           | 4            | Gabon                  | 2           | 1            | Cyprus                 | 2           | 3            |
| 37  | Chad                | 2           | 4            | Iraq                   | 2           | 1            | El Salvador            | 2           | 3            |

Tablica 2.13: Rezultati klasteriranja algoritmom k-sredina - nastavak (SAS ispis)

| Obs | Drzava         | k=5<br>orig | k=5<br>stand | Drzava_1               | k=6<br>orig | k=6<br>stand | Drzava_2           | k=7<br>orig | k=7<br>stand |
|-----|----------------|-------------|--------------|------------------------|-------------|--------------|--------------------|-------------|--------------|
| 38  | Mauritania     | 2           | 4            | Albania                | 2           | 1            | Estonia            | 2           | 3            |
| 39  | Sudan          | 2           | 4            | Bulgaria               | 2           | 1            | Kazakhstan         | 2           | 3            |
| 40  | Cambodia       | 2           | 1            | Egypt                  | 2           | 1            | Latvia             | 2           | 3            |
| 41  | Kenya          | 2           | 1            | Palestinian Territorie | 2           | 1            | Mauritius          | 2           | 3            |
| 42  | Myanmar        | 2           | 1            | Tunisia                | 2           | 1            | North Cyprus       | 2           | 3            |
| 43  | Sri Lanka      | 2           | 1            | South Africa           | 2           | 1            | Peru               | 2           | 3            |
| 44  | Algeria        | 3           | 5            | Bangladesh             | 2           | 4            | Romania            | 2           | 3            |
| 45  | Lithuania      | 3           | 5            | Cameroon               | 2           | 4            | Slovenia           | 2           | 3            |
| 46  | Moldova        | 3           | 5            | Senegal                | 2           | 4            | Turkmenistan       | 2           | 3            |
| 47  | South Korea    | 3           | 5            | Sierra Leone           | 2           | 4            | Belarus            | 2           | 3            |
| 48  | Kuwait         | 3           | 3            | Zambia                 | 2           | 4            | China              | 2           | 3            |
| 49  | Saudi Arabia   | 3           | 3            | Nigeria                | 2           | 4            | Dominican Republic | 2           | 3            |
| 50  | Bahrain        | 3           | 3            | Kenya                  | 2           | 3            | Jamaica            | 2           | 3            |
| 51  | Argentina      | 3           | 5            | Myanmar                | 2           | 3            | Jordan             | 2           | 3            |
| 52  | Bolivia        | 3           | 5            | Sri Lanka              | 2           | 3            | Libya              | 2           | 3            |
| 53  | Brazil         | 3           | 5            | Bhutan                 | 2           | 3            | Paraguay           | 2           | 3            |
| 54  | Chile          | 3           | 5            | Kyrgyzstan             | 2           | 3            | Philippines        | 2           | 3            |
| 55  | Colombia       | 3           | 5            | Nepal                  | 2           | 3            | Portugal           | 2           | 3            |
| 56  | Cyprus         | 3           | 5            | Tajikistan             | 2           | 1            | Kuwait             | 3           | 3            |
| 57  | Czech Republic | 3           | 5            | Algeria                | 3           | 1            | Saudi Arabia       | 3           | 3            |
| 58  | Ecuador        | 3           | 5            | Lithuania              | 3           | 1            | Bahrain            | 3           | 3            |
| 59  | El Salvador    | 3           | 5            | South Korea            | 3           | 1            | Argentina          | 3           | 3            |
| 60  | Estonia        | 3           | 5            | Kuwait                 | 3           | 1            | Brazil             | 3           | 3            |
| 61  | France         | 3           | 5            | Saudi Arabia           | 3           | 1            | Chile              | 3           | 3            |
| 62  | Guatemala      | 3           | 5            | Bahrain                | 3           | 6            | Colombia           | 3           | 3            |
| 63  | Italy          | 3           | 5            | Argentina              | 3           | 1            | Czech Republic     | 3           | 3            |
| 64  | Japan          | 3           | 5            | Brazil                 | 3           | 1            | Ecuador            | 3           | 3            |
| 65  | Kazakhstan     | 3           | 5            | Chile                  | 3           | 1            | France             | 3           | 3            |
| 66  | Latvia         | 3           | 5            | Colombia               | 3           | 1            | Guatemala          | 3           | 3            |
| 67  | Malaysia       | 3           | 5            | Czech Republic         | 3           | 1            | Italy              | 3           | 3            |
| 68  | Mauritius      | 3           | 5            | Ecuador                | 3           | 1            | Japan              | 3           | 3            |
| 69  | Mexico         | 3           | 5            | El Salvador            | 3           | 1            | Malaysia           | 3           | 3            |
| 70  | Nicaragua      | 3           | 5            | France                 | 3           | 1            | Mexico             | 3           | 3            |
| 71  | North Cyprus   | 3           | 5            | Guatemala              | 3           | 1            | Nicaragua          | 3           | 3            |
| 72  | Panama         | 3           | 5            | Italy                  | 3           | 1            | Panama             | 3           | 3            |
| 73  | Peru           | 3           | 5            | Japan                  | 3           | 1            | Poland             | 3           | 3            |
| 74  | Poland         | 3           | 5            | Kazakhstan             | 3           | 1            | Russia             | 3           | 3            |



Tablica 2.14: Rezultati klasteriranja algoritmom k-sredina - nastavak (SAS ispis)

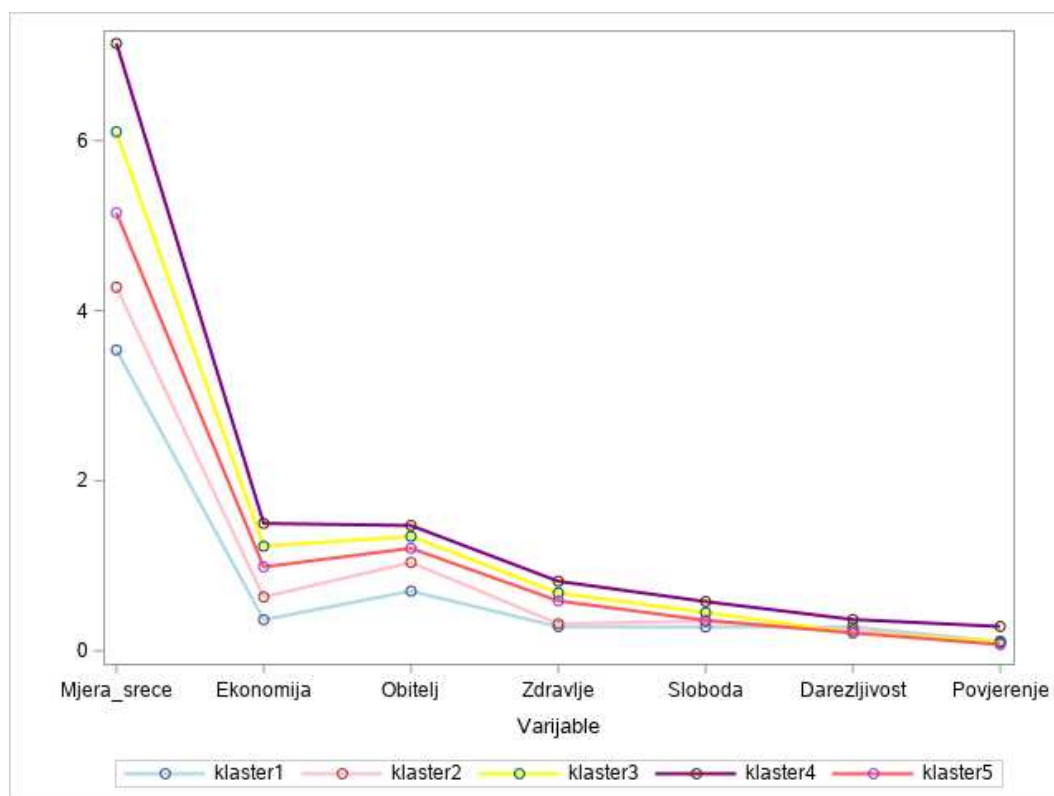
| Obs | Drzava               | k=5<br>orig | k=5<br>stand | Drzava_1            | k=6<br>orig | k=6<br>stand | Drzava_2             | k=7<br>orig | k=7<br>stand |
|-----|----------------------|-------------|--------------|---------------------|-------------|--------------|----------------------|-------------|--------------|
| 75  | Romania              | 3           | 5            | Latvia              | 3           | 1            | Slovakia             | 3           | 3            |
| 76  | Russia               | 3           | 5            | Malaysia            | 3           | 1            | Spain                | 3           | 3            |
| 77  | Slovakia             | 3           | 5            | Mexico              | 3           | 1            | Trinidad and Tobago  | 3           | 3            |
| 78  | Slovenia             | 3           | 5            | Nicaragua           | 3           | 1            | Uruguay              | 3           | 3            |
| 79  | Spain                | 3           | 5            | North Cyprus        | 3           | 1            | Thailand             | 3           | 5            |
| 80  | Trinidad and Tobago  | 3           | 5            | Panama              | 3           | 1            | Uzbekistan           | 3           | 5            |
| 81  | Turkmenistan         | 3           | 5            | Poland              | 3           | 1            | Malta                | 3           | 7            |
| 82  | Uruguay              | 3           | 5            | Romania             | 3           | 1            | Qatar                | 3           | 7            |
| 83  | Thailand             | 3           | 1            | Russia              | 3           | 1            | Singapore            | 3           | 7            |
| 84  | Uzbekistan           | 3           | 3            | Slovakia            | 3           | 1            | United Arab Emirates | 3           | 7            |
| 85  | Malta                | 3           | 3            | Slovenia            | 3           | 1            | Georgia              | 4           | 2            |
| 86  | Qatar                | 3           | 3            | Spain               | 3           | 1            | Armenia              | 4           | 2            |
| 87  | Costa Rica           | 4           | 5            | Trinidad and Tobago | 3           | 1            | Gabon                | 4           | 2            |
| 88  | Israel               | 4           | 5            | Turkmenistan        | 3           | 1            | Iraq                 | 4           | 2            |
| 89  | Australia            | 4           | 3            | Uruguay             | 3           | 1            | Ukraine              | 4           | 2            |
| 90  | Austria              | 4           | 3            | Thailand            | 3           | 3            | Botswana             | 4           | 4            |
| 91  | Belgium              | 4           | 3            | Uzbekistan          | 3           | 3            | Congo (Brazzaville)  | 4           | 4            |
| 92  | Canada               | 4           | 3            | Malta               | 3           | 6            | India                | 4           | 4            |
| 93  | Denmark              | 4           | 3            | Qatar               | 3           | 6            | Angola               | 4           | 4            |
| 94  | Finland              | 4           | 3            | Georgia             | 4           | 2            | Sudan                | 4           | 4            |
| 95  | Germany              | 4           | 3            | Ukraine             | 4           | 1            | Sri Lanka            | 4           | 5            |
| 96  | Iceland              | 4           | 3            | Botswana            | 4           | 1            | Afghanistan          | 5           | 1            |
| 97  | Ireland              | 4           | 3            | Burkina Faso        | 4           | 4            | Haiti                | 5           | 1            |
| 98  | Luxembourg           | 4           | 3            | Congo (Brazzaville) | 4           | 4            | Syria                | 5           | 1            |
| 99  | Netherlands          | 4           | 3            | Congo (Kinshasa)    | 4           | 4            | Benin                | 5           | 1            |
| 100 | New Zealand          | 4           | 3            | Ethiopia            | 4           | 4            | Burundi              | 5           | 1            |
| 101 | Norway               | 4           | 3            | Ghana               | 4           | 4            | Guinea               | 5           | 1            |
| 102 | Singapore            | 4           | 3            | India               | 4           | 4            | Malawi               | 5           | 1            |
| 103 | Sweden               | 4           | 3            | Ivory Coast         | 4           | 4            | Togo                 | 5           | 1            |
| 104 | Switzerland          | 4           | 3            | Mali                | 4           | 4            | Tanzania             | 5           | 4            |
| 105 | United Arab Emirates | 4           | 3            | Niger               | 4           | 4            | Liberia              | 5           | 4            |
| 106 | United Kingdom       | 4           | 3            | Uganda              | 4           | 4            | Madagascar           | 5           | 4            |
| 107 | United States        | 4           | 3            | Zimbabwe            | 4           | 4            | Yemen                | 5           | 4            |
| 108 | Pakistan             | 5           | 4            | Angola              | 4           | 4            | Rwanda               | 5           | 6            |
| 109 | Iran                 | 5           | 4            | Chad                | 4           | 4            | Bangladesh           | 6           | 4            |
| 110 | Albania              | 5           | 5            | Mauritania          | 4           | 4            | Burkina Faso         | 6           | 4            |
| 111 | Azerbaijan           | 5           | 5            | Sudan               | 4           | 4            | Cameroon             | 6           | 4            |

Tablica 2.15: Rezultati klasteriranja algoritmom k-sredina - nastavak (SAS ispis)

| Obs | Drzava                 | k=5<br>orig | k=5<br>stand | Drzava_1             | k=6<br>orig | k=6<br>stand | Drzava_2         | k=7<br>orig | k=7<br>stand |
|-----|------------------------|-------------|--------------|----------------------|-------------|--------------|------------------|-------------|--------------|
| 112 | Bosnia and Herzegovina | 5           | 5            | Cambodia             | 4           | 3            | Congo (Kinshasa) | 6           | 4            |
| 113 | Bulgaria               | 5           | 5            | Afghanistan          | 5           | 2            | Ethiopia         | 6           | 4            |
| 114 | Croatia                | 5           | 5            | Haiti                | 5           | 2            | Ghana            | 6           | 4            |
| 115 | Egypt                  | 5           | 5            | Syria                | 5           | 2            | Ivory Coast      | 6           | 4            |
| 116 | Greece                 | 5           | 5            | Benin                | 5           | 4            | Mali             | 6           | 4            |
| 117 | Honduras               | 5           | 5            | Burundi              | 5           | 4            | Niger            | 6           | 4            |
| 118 | Hungary                | 5           | 5            | Guinea               | 5           | 4            | Senegal          | 6           | 4            |
| 119 | Kosovo                 | 5           | 5            | Malawi               | 5           | 4            | Sierra Leone     | 6           | 4            |
| 120 | Lebanon                | 5           | 5            | Togo                 | 5           | 4            | Uganda           | 6           | 4            |
| 121 | Macedonia              | 5           | 5            | Tanzania             | 5           | 4            | Zambia           | 6           | 4            |
| 122 | Montenegro             | 5           | 5            | Liberia              | 5           | 4            | Zimbabwe         | 6           | 4            |
| 123 | Morocco                | 5           | 5            | Madagascar           | 5           | 4            | Chad             | 6           | 4            |
| 124 | Palestinian Territorie | 5           | 5            | Yemen                | 5           | 4            | Mauritania       | 6           | 4            |
| 125 | Serbia                 | 5           | 5            | Rwanda               | 5           | 5            | Cambodia         | 6           | 5            |
| 126 | Tunisia                | 5           | 5            | Costa Rica           | 6           | 1            | Kenya            | 6           | 5            |
| 127 | Turkey                 | 5           | 5            | Israel               | 6           | 1            | Myanmar          | 6           | 5            |
| 128 | Venezuela              | 5           | 5            | Australia            | 6           | 6            | Costa Rica       | 7           | 3            |
| 129 | Belarus                | 5           | 5            | Austria              | 6           | 6            | Israel           | 7           | 3            |
| 130 | China                  | 5           | 5            | Belgium              | 6           | 6            | Australia        | 7           | 7            |
| 131 | Dominican Republic     | 5           | 5            | Canada               | 6           | 6            | Austria          | 7           | 7            |
| 132 | Jamaica                | 5           | 5            | Denmark              | 6           | 6            | Belgium          | 7           | 7            |
| 133 | Jordan                 | 5           | 5            | Finland              | 6           | 6            | Canada           | 7           | 7            |
| 134 | Libya                  | 5           | 5            | Germany              | 6           | 6            | Denmark          | 7           | 7            |
| 135 | Mongolia               | 5           | 5            | Iceland              | 6           | 6            | Finland          | 7           | 7            |
| 136 | Paraguay               | 5           | 5            | Ireland              | 6           | 6            | Germany          | 7           | 7            |
| 137 | Philippines            | 5           | 5            | Luxembourg           | 6           | 6            | Iceland          | 7           | 7            |
| 138 | Portugal               | 5           | 5            | Netherlands          | 6           | 6            | Ireland          | 7           | 7            |
| 139 | Vietnam                | 5           | 5            | New Zealand          | 6           | 6            | Luxembourg       | 7           | 7            |
| 140 | South Africa           | 5           | 2            | Norway               | 6           | 6            | Netherlands      | 7           | 7            |
| 141 | Nigeria                | 5           | 2            | Singapore            | 6           | 6            | New Zealand      | 7           | 7            |
| 142 | Bhutan                 | 5           | 1            | Sweden               | 6           | 6            | Norway           | 7           | 7            |
| 143 | Indonesia              | 5           | 1            | Switzerland          | 6           | 6            | Sweden           | 7           | 7            |
| 144 | Kyrgyzstan             | 5           | 1            | United Arab Emirates | 6           | 6            | Switzerland      | 7           | 7            |
| 145 | Nepal                  | 5           | 1            | United Kingdom       | 6           | 6            | United Kingdom   | 7           | 7            |
| 146 | Tajikistan             | 5           | 2            | United States        | 6           | 6            | United States    | 7           | 7            |

Tablica 2.16: Aritmetičke sredine varijabli po klasterima originalnih podataka za  $k = 5$  (SAS ispis)

| Cluster Means |             |             |             |             |             |              |             |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
| Cluster       | Mjera_srece | Ekonomija   | Obitelj     | Zdravlje    | Sloboda     | Darežljivost | Povjerenje  |
| 1             | 3.537153812 | 0.365369306 | 0.702084816 | 0.283278697 | 0.280252612 | 0.280186447  | 0.109305471 |
| 2             | 4.275566673 | 0.633200931 | 1.038918497 | 0.317789273 | 0.347792603 | 0.243012797  | 0.094586358 |
| 3             | 6.103558130 | 1.230381095 | 1.344818759 | 0.680306183 | 0.449644799 | 0.212246150  | 0.108411603 |
| 4             | 7.143238090 | 1.498273458 | 1.473283654 | 0.817519912 | 0.578557884 | 0.368106622  | 0.285708700 |
| 5             | 5.152435914 | 0.986729050 | 1.205328587 | 0.586966244 | 0.358681791 | 0.209985314  | 0.073376917 |



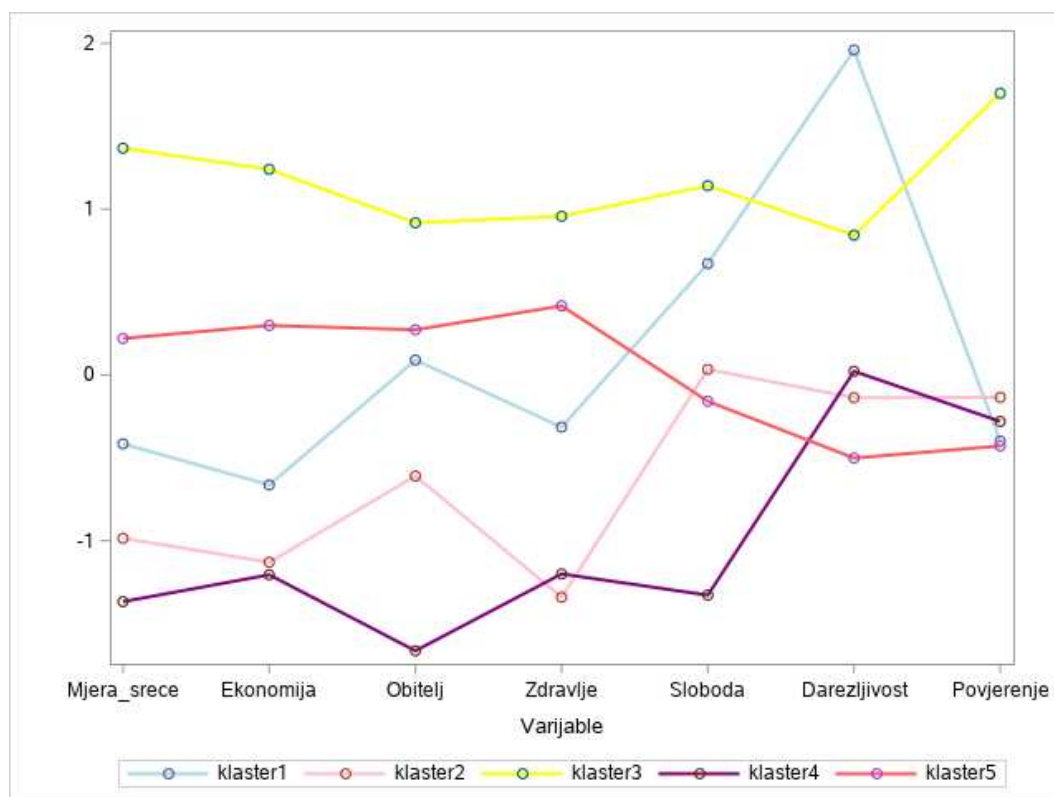
Slika 2.4: Aritmetičke sredine 5 dobivenih klastera po analiziranim varijablama za originalne podatke (SAS ispis)

Slovenija i Rumunjska pripadaju klasteru 3, a ostale države Balkana pripadaju klasteru 5. Klaster 5 je dominantniji u odnosu prema klasteru 3 po svim varijablama. Pogledajmo prosječne vrijednosti varijable *Mjera sreće* na Slici 2.4; najsretnije su države u klasteru 4, zatim u klasterima 3, 5, 2 i 1. Takav trend uočavamo i za varijable *Ekonomija*, *Obitelj*, *Zdravlje* i *Sloboda*; klasteri se međusobno slijede u stopu.

Tablica 2.17: Aritmetičke sredine varijabli po klasterima standardiziranih podataka za  $k = 5$  (SAS ispis)

| Cluster Means |              |              |              |              |              |              |              |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Cluster       | Mjera_srece  | Ekonomija    | Obitelj      | Zdravlje     | Sloboda      | Darežljivost | Povjerenje   |
| 1             | -0.415710694 | -0.663600919 | 0.089805637  | -0.314396084 | 0.671806796  | 1.960177082  | -0.399055035 |
| 2             | -0.985193708 | -1.129797333 | -0.609473153 | -1.340950099 | 0.033552555  | -0.136957767 | -0.135477003 |
| 3             | 1.367863379  | 1.240479856  | 0.917407825  | 0.957145792  | 1.141400479  | 0.843194631  | 1.698885351  |
| 4             | -1.367592635 | -1.205335261 | -1.663901572 | -1.200240970 | -1.328112123 | 0.022075783  | -0.280533682 |
| 5             | 0.219940844  | 0.298777610  | 0.272433213  | 0.416752217  | -0.158519599 | -0.501468788 | -0.428479696 |

Na Slici 2.5 uočavamo dominantnost klastera 3; jedinu razliku čini vrijednost varijable *Darežljivost*. Njegova je dominantnost posebno izražena varijablom *Povjerenje*; kod klastera 1, 2, 4 i 5 razlika je jako mala. Pogledamo li tablice rezultata klasteriranja, vidimo da je riječ o najsretnijim državama svijeta. Iznadprosječnu vrijednost varijable *Darežljivost* uočavamo u klasteru 1; posebno se ističu Mjanmar, Indonezija i Tajland, države jugoistočne Azije. Klaster 4 ima ispodprosječnu vrijednost varijabli *Obitelj* i *Sloboda*; to su uglavnom države supsaharske Afrike, primjerice, Mauretaniya, Sudan, Angola, Čad, Malavi. Unatoč tome što su države klastera 5 sretnije i u boljoj ekonomskoj situaciji, imaju ispodprosječnu vrijednost varijable *Darežljivost* u odnosu prema državama iz klastera 4. Među državama klastera 5 nalaze se sve države Balkana. Slika 2.5 također sugerira da najveću razliku među klasterima rade varijable *Mjera sreće* i *Obitelj*.

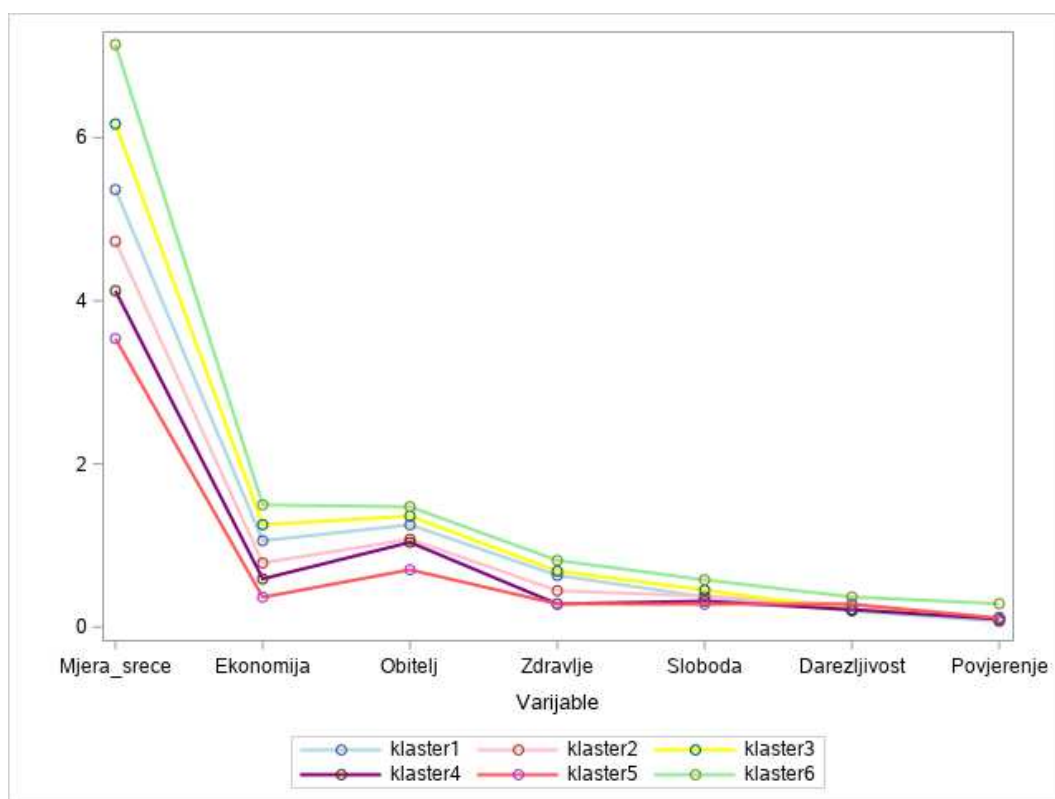


Slika 2.5: Aritmetičke sredine 5 dobivenih klastera po analiziranim varijablama za standardizirane podatke (SAS ispis)

Tablica 2.18: Aritmetičke sredine varijabli po klasterima originalnih podataka za  $k = 6$  (SAS ispis)

| Cluster Means |             |             |             |             |             |              |             |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
| Cluster       | Mjera_srece | Ekonomija   | Obitelj     | Zdravlje    | Sloboda     | Darezljivost | Povjerenje  |
| 1             | 5.363343760 | 1.058351494 | 1.252943058 | 0.633009753 | 0.369975683 | 0.195498432  | 0.068774093 |
| 2             | 4.728833357 | 0.785555553 | 1.077937201 | 0.444722724 | 0.379956185 | 0.269211223  | 0.084252394 |
| 3             | 6.167999989 | 1.255197883 | 1.359767466 | 0.686000374 | 0.452966789 | 0.211739081  | 0.115605739 |
| 4             | 4.122631575 | 0.590628697 | 1.038237343 | 0.282466122 | 0.317850147 | 0.213422652  | 0.097934138 |
| 5             | 3.537153812 | 0.365369306 | 0.702084816 | 0.283278697 | 0.280252612 | 0.280186447  | 0.109305471 |
| 6             | 7.143238090 | 1.498273458 | 1.473283654 | 0.817519912 | 0.578557884 | 0.368106622  | 0.285708700 |

Albanija i Bugarska pripadaju klasteru 2, Slovenija i Rumunjska klasteru 3, a ostale države Balkana klasteru 1. Ako usporedimo s rezultatima za  $k = 5$ , primjećujemo da su se Albanija i Bugarska izdvojile; pridružene su klasteru u kojem prevladavaju države supsaharske Afrike te države Bliskog istoka i sjeverne Afrike. Prema Tablici 2.18, države u klasteru 3 sretnije su i u boljoj ekonomskoj situaciji u odnosu prema državama u klasterima 1 i 2.

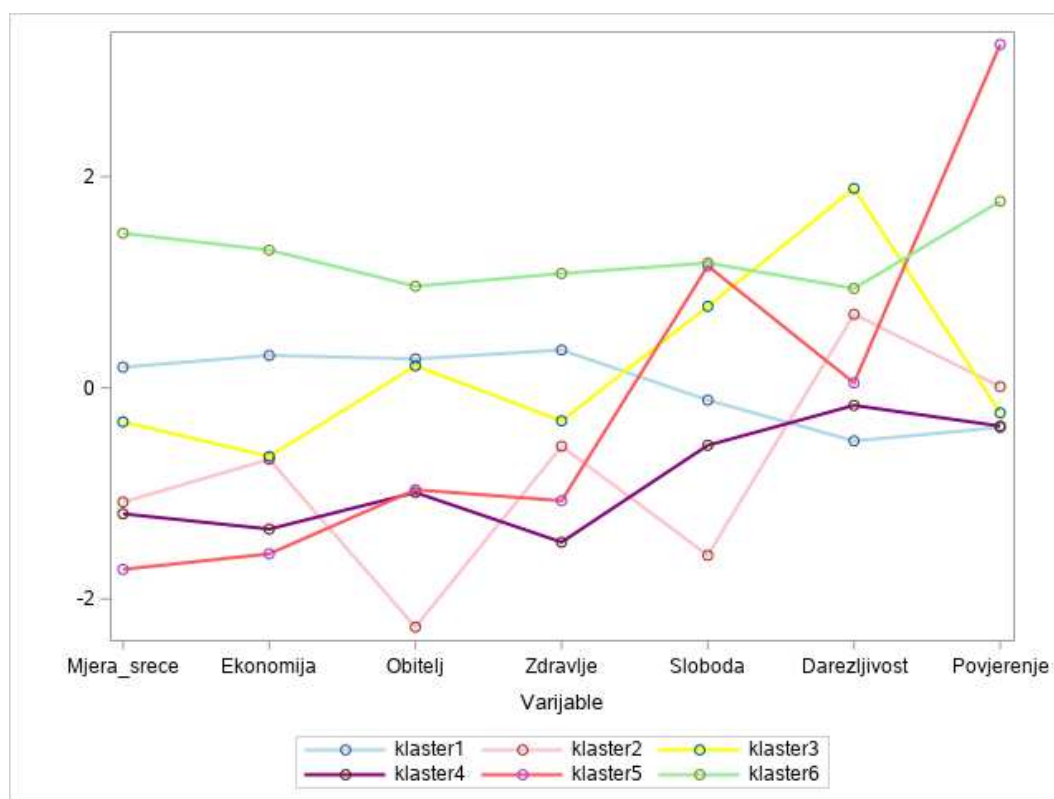


Slika 2.6: Aritmetičke sredine 6 dobivenih klastera po analiziranim varijablama za originalne podatke (SAS ispis)

Tablica 2.19: Aritmetičke sredine varijabli po klasterima standardiziranih podataka za  $k = 6$  (SAS ispis)

| Cluster Means |              |              |              |              |              |              |              |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Cluster       | Mjera_srece  | Ekonomija    | Obitelj      | Zdravlje     | Sloboda      | Darežljivost | Povjerenje   |
| 1             | 0.195331608  | 0.306527100  | 0.273757526  | 0.357938997  | -0.116971454 | -0.503763136 | -0.375688741 |
| 2             | -1.082216848 | -0.677807505 | -2.266008536 | -0.553793198 | -1.587135883 | 0.695310498  | 0.010391845  |
| 3             | -0.322638229 | -0.651117225 | 0.208153409  | -0.312954486 | 0.770748901  | 1.887639014  | -0.237480310 |
| 4             | -1.193307750 | -1.338092052 | -0.992051036 | -1.461916129 | -0.544705453 | -0.166712973 | -0.362581400 |
| 5             | -1.719917066 | -1.572678001 | -0.966016231 | -1.069454716 | 1.154277592  | 0.046056754  | 3.252320815  |
| 6             | 1.463559050  | 1.304130461  | 0.961942496  | 1.082633630  | 1.182227921  | 0.940765489  | 1.766618467  |

Pogledamo li tablice rezultata klasteriranja, vidimo da su klasteru 6 pridružene najsretnije države svijeta; uglavnom su to države zapadne Europe. Prema Slici 2.7, u klasteru 2 varijable *Obitelj* i *Sloboda* imaju mnogo niže vrijednosti u odnosu prema ostalim klasterima; klasteru 2 pripadaju Afganistan, Haiti, Sirija, Gruzija, Iran i Pakistan. Primijetimo kako klasteri 2 i 4 imaju skoro jednake vrijednosti za varijablu *Mjera sreće*, dok za ostale varijable bilježimo razlike. *Povjerenje* je kod klastera 1, 2, 3 i 4 vrlo slično, dok klasteri 5 i 6 odskakuju, posebice klaster 5. Klasteru 5 pridružena je samo jedna država, Ruanda. Vrijednosti varijabla *Ekonomija*, *Zdravlje* i *Darežljivost* različite su kod svih klastera. Sve države Balkana nalaze se u klasteru 1; iznadprosječne vrijednosti uočavamo za varijable *Mjera sreće*, *Ekonomija*, *Obitelj*, *Zdravlje* i *Sloboda*.



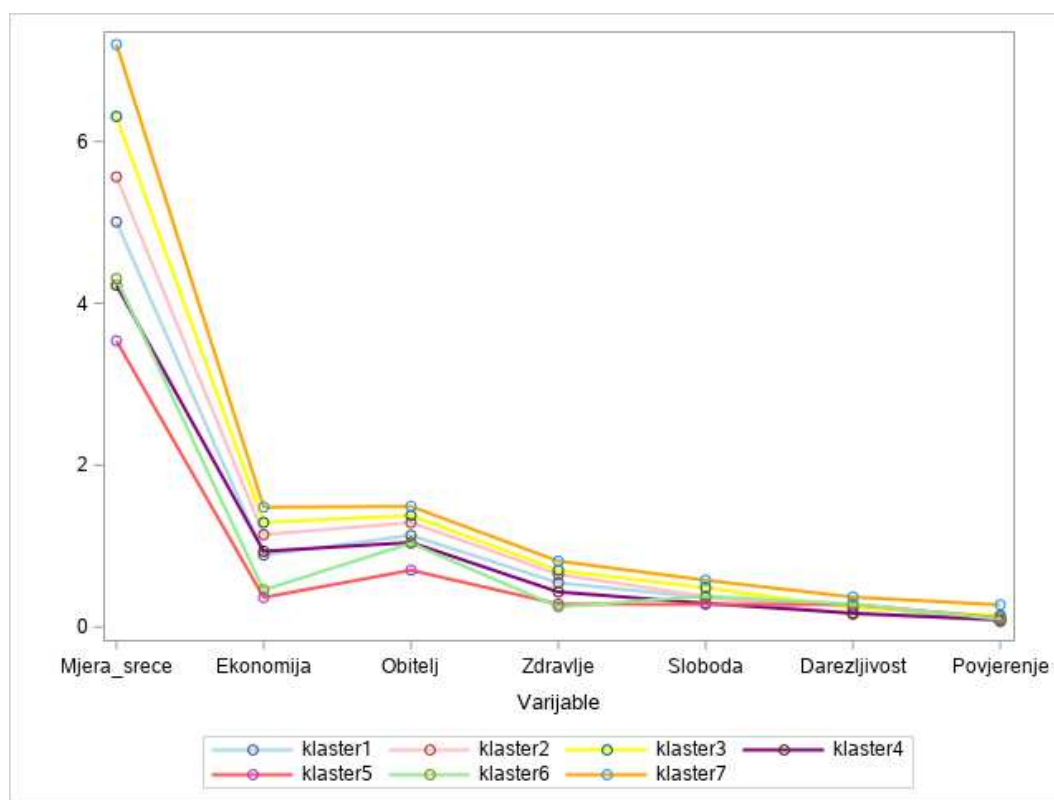
Slika 2.7: Aritmetičke sredine 6 dobivenih klastera po analiziranim varijablama za standardizirane podatke (SAS ispis)

Tablica 2.20: Aritmetičke sredine varijabli po klasterima originalnih podataka za  $k = 7$  (SAS ispis)

| Cluster Means |             |             |             |             |             |              |             |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
| Cluster       | Mjera_srece | Ekonomija   | Obitelj     | Zdravlje    | Sloboda     | Darezljivost | Povjerenje  |
| 1             | 5.005590937 | 0.889669072 | 1.133541400 | 0.546171338 | 0.362190793 | 0.265739192  | 0.068065448 |
| 2             | 5.562363610 | 1.141623376 | 1.290514975 | 0.650993992 | 0.376833534 | 0.159027758  | 0.082334485 |
| 3             | 6.308172423 | 1.291763797 | 1.376908315 | 0.700778237 | 0.485441309 | 0.238922116  | 0.141300626 |
| 4             | 4.224181847 | 0.936168795 | 1.044839865 | 0.433981391 | 0.292544592 | 0.170347962  | 0.089843919 |
| 5             | 3.537153812 | 0.365369306 | 0.702084816 | 0.283278697 | 0.280252612 | 0.280186447  | 0.109305471 |
| 6             | 4.305315783 | 0.457798483 | 1.035490337 | 0.250520153 | 0.379778294 | 0.285081912  | 0.097331981 |
| 7             | 7.199368427 | 1.481322188 | 1.490459586 | 0.815348817 | 0.578501565 | 0.369649007  | 0.274267650 |



Albanija, Bosna i Hercegovina, Bugarska, Kosovo i Makedonija pripadaju klasteru 1, zajedno s državama supsaharske Afrike, južne Azije te Bliskog istoka i sjeverne Afrike. Ostale države Balkana pridružene su klasteru 2. Prema Tablici 2.20 najveću razliku između klastera 1 i 2 čine varijable *Mjera sreće* i *Ekonomija*.

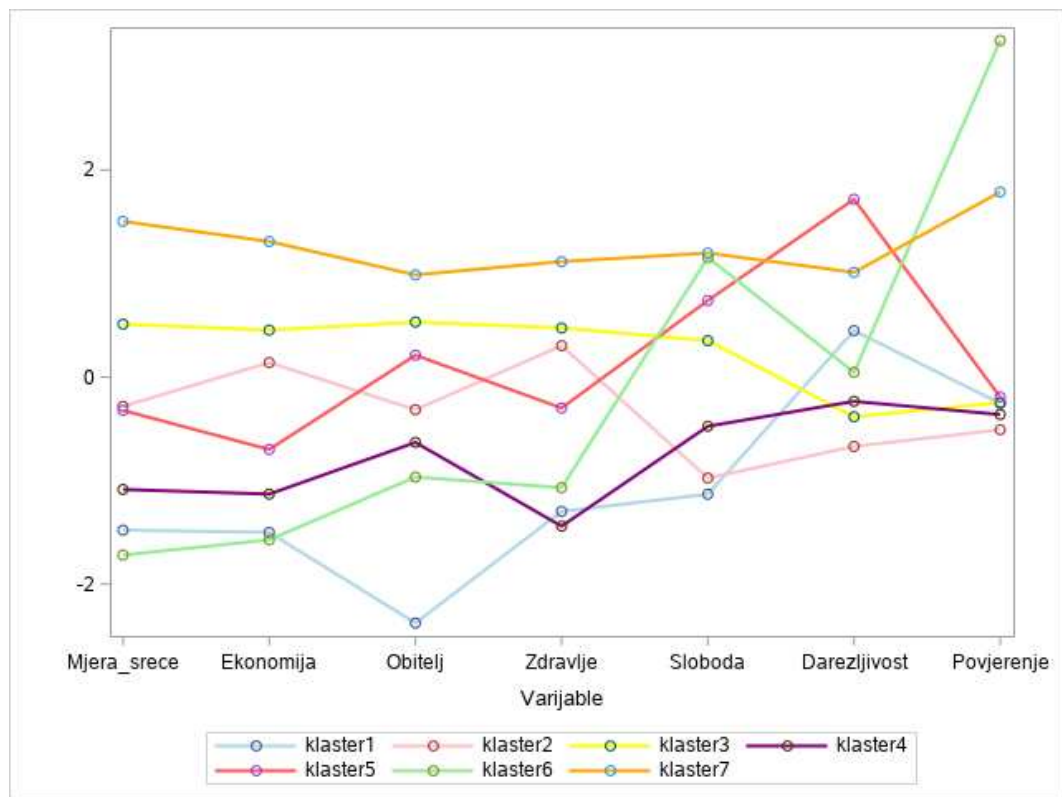


Slika 2.8: Aritmetičke sredine 7 dobivenih klastera po analiziranim varijablama za originalne podatke (SAS ispis)

Tablica 2.21: Aritmetičke sredine varijabli po klasterima standardiziranih podataka za  $k = 7$  (SAS ispis)

| Cluster Means |              |              |              |              |              |              |              |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Cluster       | Mjera_srece  | Ekonomija    | Obitelj      | Zdravlje     | Sloboda      | Darežljivost | Povjerenje   |
| 1             | -1.479239841 | -1.500741925 | -2.376482562 | -1.297968632 | -1.132235780 | 0.447937454  | -0.254720549 |
| 2             | -0.282995197 | 0.140290339  | -0.315217098 | 0.302926780  | -0.975760932 | -0.670367291 | -0.508682422 |
| 3             | 0.510935015  | 0.453084156  | 0.531187769  | 0.473633592  | 0.352044305  | -0.383957214 | -0.246567214 |
| 4             | -1.085991338 | -1.130791651 | -0.631626417 | -1.440805185 | -0.475897927 | -0.234667045 | -0.362376666 |
| 5             | -0.322069351 | -0.699798716 | 0.211338179  | -0.299171427 | 0.739097407  | 1.717734151  | -0.194091631 |
| 6             | -1.719917066 | -1.572678001 | -0.966016231 | -1.069454716 | 1.154277592  | 0.046056754  | 3.252320815  |
| 7             | 1.503789744  | 1.309145546  | 0.987039784  | 1.115452813  | 1.197807494  | 1.011144688  | 1.787921836  |

Prema Slici 2.9, *Povjerenje* je kod klastera 1, 2, 3, 4 i 5 vrlo slično, dok klasteri 6 i 7 odskoču, posebice klaster 6. Klasteru 6 pridružena je samo jedna država, Ruanda; jednak je klasteru 5 za  $k = 6$ . Klaster 1, osim za *Darežljivost*, poprima ispodprosječne vrijednosti, posebice za varijablu *Obitelj*. Pogledamo li tablice rezultata klasteriranja, vidimo da je uglavnom riječ o državama supsaharske Afrike. Slovenija i Rumunjska pridružene su klasteru 3, koji je dominantniji u odnosu prema klasteru 2, gdje se nalaze ostale države Balkana. Najveću razliku između klastera 2 i 3 uočavamo za varijable *Mjera sreće*, *Obitelj* i *Sloboda*. Primijetimo kako klasteri 2 i 5 imaju skoro jednake vrijednosti za varijablu *Mjera sreće*, dok za ostale varijable bilježimo razlike.



Slika 2.9: Aritmetičke sredine 7 dobivenih klastera po analiziranim varijablama za standardizirane podatke (SAS ispis)

Pogledajmo rasprostranjenost regija u odnosu prema klasterima. Za originalne podatke iz Tablica 2.22, 2.23 i 2.24 uočavamo sljedeće:

- Neovisno o broju  $k$ , Australija i Novi Zeland te Sjeverna Amerika uvijek se nalaze u istom klasteru.
- Većina država srednje i istočne Europe raspoređena je u dva klastera. Međutim, porastom broja  $k$  dolazi do raspodjele tih klastera, tj. povećava se rasprostranjenost.
- Za  $k = 5, 6$ , države istočne Azije dolaze u parovima; Kina i Mongolija te Japan i Južna Koreja. No za  $k = 7$ , u paru dolaze Kina i Južna Koreja, dok Japan i Mongolija čine zasebne klastere.
- Kod država Južne Amerike i Kariba porastom broja  $k$  raste rasprostranjenost država među klasterima, ali uvijek postoji klaster u kojem se nalazi većina država, tj. grupirane su države Argentina, Brazil, Čile, Kolumbija, Ekvador, Meksiko, Panama, Nikaragva, Urugvaj te Trinidad i Tobago. Haiti je u svim slučajevima odvojen od ostalih država Južne Amerike i Kariba.
- Porastom broja  $k$  raste rasprostranjenost država Bliskog istoka i sjeverne Afrike.
- Države jugoistočne Azije rasprostranjene su po klasterima u svim slučajevima.
- Zanimljivo je primijetiti kako prelaskom broja  $k$  s 5 na 6 dolazi do grupiranja država južne Azije u jedan klaster, no za  $k = 7$  dolazi do raspodjele.
- Porastom broja  $k$  raste rasprostranjenost država supsaharske Afrike među klasterima.
- Države zapadne Europe raspoređene su u tri klastera; 61,90 % država nalazi se u jednom klasteru, dok su Portugal i Grčka te Španjolska, Italija, Francuska, Malta, Sjeverni Cipar i Cipar u zasebnim klasterima. Prelaskom na  $k = 6$ , Cipar se pridružuje Portugalu i Grčkoj, a zatim i Sjeverni Cipar za  $k = 7$ .

Tablice dobivamo pomoću procedure `freq`, gdje se koriste podatci dobiveni algoritmom  $k$ -sredina:

```
proc freq data=klaster5;  
    tables Regija*Cluster;  
run;
```

Tablica 2.22: Tablica frekvencija originalnih podataka za  $k = 5$  (SAS ispis)

**The FREQ Procedure**

| Table of Regija by CLUSTER             |                             |                               |                              |                              |                              |               |
|--|-----------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|---------------|
| Regija                                 | CLUSTER(Cluster)            |                               |                              |                              |                              | Total         |
|  | 1                           | 2                             | 3                            | 4                            | 5                            |               |
| <b>Australia and New Zealand</b>       | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37<br>100.00<br>9.52  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37     |
| <b>Central and Eastern Europe</b>      | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 3<br>2.05<br>10.34<br>10.00   | 13<br>8.90<br>44.83<br>30.23 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 13<br>8.90<br>44.83<br>33.33 | 29<br>19.86   |
| <b>Eastern Asia</b>                    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37<br>50.00<br>4.65   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37<br>50.00<br>5.13   | 4<br>2.74     |
| <b>Latin America and Caribbean</b>     | 1<br>0.68<br>4.76<br>7.69   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 14<br>9.59<br>66.67<br>32.56 | 1<br>0.68<br>4.76<br>4.76    | 5<br>3.42<br>23.81<br>12.82  | 21<br>14.38   |
| <b>Middle East and Northern Africa</b> | 2<br>1.37<br>10.53<br>15.38 | 1<br>0.68<br>5.26<br>3.33     | 5<br>3.42<br>26.32<br>11.63  | 2<br>1.37<br>10.53<br>9.52   | 9<br>6.16<br>47.37<br>23.08  | 19<br>13.01   |
| <b>North America</b>                   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37<br>100.00<br>9.52  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37     |
| <b>Southeastern Asia</b>               | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 2<br>1.37<br>25.00<br>6.67    | 2<br>1.37<br>25.00<br>4.65   | 1<br>0.68<br>12.50<br>4.76   | 3<br>2.05<br>37.50<br>7.69   | 8<br>5.48     |
| <b>Southern Asia</b>                   | 1<br>0.68<br>14.29<br>7.69  | 3<br>2.05<br>42.86<br>10.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 3<br>2.05<br>42.86<br>7.69   | 7<br>4.79     |
| <b>Sub-Saharan Africa</b>              | 9<br>6.16<br>27.27<br>69.23 | 21<br>14.38<br>63.64<br>70.00 | 1<br>0.68<br>3.03<br>2.33    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37<br>6.06<br>5.13    | 33<br>22.60   |
| <b>Western Europe</b>                  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 6<br>4.11<br>28.57<br>13.95  | 13<br>8.90<br>61.90<br>61.90 | 2<br>1.37<br>9.52<br>5.13    | 21<br>14.38   |
| <b>Total</b>                           | 13<br>8.90                  | 30<br>20.55                   | 43<br>29.45                  | 21<br>14.38                  | 39<br>26.71                  | 146<br>100.00 |

Frequency  
Percent  
Row Pct  
Col Pct

Tablica 2.23: Tablica frekvencija originalnih podataka za  $k = 6$  (SAS ispis)

**The FREQ Procedure**

| Regija                          | Table of Regija by CLUSTER   |                             |                              |                               |                             |                              | Total         |
|---------------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|------------------------------|---------------|
|                                 | CLUSTER(Cluster)             |                             |                              |                               |                             |                              |               |
|                                 | 1                            | 2                           | 3                            | 4                             | 5                           | 6                            |               |
| Australia and New Zealand       | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 2<br>1.37<br>100.00<br>9.52  | 2<br>1.37     |
| Central and Eastern Europe      | 11<br>7.53<br>37.93<br>34.38 | 5<br>3.42<br>17.24<br>20.83 | 11<br>7.53<br>37.93<br>29.73 | 2<br>1.37<br>6.90<br>10.53    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 29<br>19.86   |
| Eastern Asia                    | 2<br>1.37<br>50.00<br>6.25   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 2<br>1.37<br>50.00<br>5.41   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 4<br>2.74     |
| Latin America and Caribbean     | 7<br>4.79<br>33.33<br>21.88  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 12<br>8.22<br>57.14<br>32.43 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 1<br>0.68<br>4.76<br>7.69   | 1<br>0.68<br>4.76<br>4.76    | 21<br>14.38   |
| Middle East and Northern Africa | 5<br>3.42<br>26.32<br>15.63  | 5<br>3.42<br>26.32<br>20.83 | 5<br>3.42<br>26.32<br>13.51  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37<br>10.53<br>15.38 | 2<br>1.37<br>10.53<br>9.52   | 19<br>13.01   |
| North America                   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 2<br>1.37<br>100.00<br>9.52  | 2<br>1.37     |
| Southeastern Asia               | 3<br>2.05<br>37.50<br>9.38   | 1<br>0.68<br>12.50<br>4.17  | 2<br>1.37<br>25.00<br>5.41   | 1<br>0.68<br>12.50<br>5.26    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 1<br>0.68<br>12.50<br>4.76   | 8<br>5.48     |
| Southern Asia                   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 5<br>3.42<br>71.43<br>20.83 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 1<br>0.68<br>14.29<br>5.26    | 1<br>0.68<br>14.29<br>7.69  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 7<br>4.79     |
| Sub-Saharan Africa              | 1<br>0.68<br>3.03<br>3.13    | 8<br>5.48<br>24.24<br>33.33 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 15<br>10.27<br>45.45<br>78.95 | 9<br>6.16<br>27.27<br>69.23 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 33<br>22.60   |
| Western Europe                  | 3<br>2.05<br>14.29<br>9.38   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 5<br>3.42<br>23.81<br>13.51  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 13<br>8.90<br>61.90<br>61.90 | 21<br>14.38   |
| <b>Total</b>                    | 32<br>21.92                  | 24<br>16.44                 | 37<br>25.34                  | 19<br>13.01                   | 13<br>8.90                  | 21<br>14.38                  | 146<br>100.00 |

Frequency  
Percent  
Row Pct  
Col Pct

Tablica 2.24: Tablica frekvencija originalnih podataka za  $k = 7$  (SAS ispis)

**The FREQ Procedure**

| Frequency<br>Percent<br>Row Pct<br>Col Pct | Table of Regija by CLUSTER             |                             |                              |                              |                             |                             |                               |                              |               |
|--|--|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|------------------------------|---------------|
|  | Regija                                 | CLUSTER(Cluster)            |                              |                              |                             |                             |                               |                              | Total         |
|  |  | 1                           | 2                            | 3                            | 4                           | 5                           | 6                             | 7                            |               |
|  | <b>Australia and New Zealand</b>       | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37<br>100.00<br>10.53 | 2<br>1.37     |
|  | <b>Central and Eastern Europe</b>      | 7<br>4.79<br>24.14<br>31.82 | 14<br>9.59<br>48.28<br>42.42 | 5<br>3.42<br>17.24<br>17.24  | 3<br>2.05<br>10.34<br>27.27 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 29<br>19.86   |
|  | <b>Eastern Asia</b>                    | 1<br>0.68<br>25.00<br>4.55  | 2<br>1.37<br>50.00<br>6.06   | 1<br>0.68<br>25.00<br>3.45   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 4<br>2.74     |
|  | <b>Latin America and Caribbean</b>     | 1<br>0.68<br>4.76<br>4.55   | 7<br>4.79<br>33.33<br>21.21  | 11<br>7.53<br>52.38<br>37.93 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 1<br>0.68<br>4.76<br>7.69   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 1<br>0.68<br>4.76<br>5.26    | 21<br>14.38   |
|  | <b>Middle East and Northern Africa</b> | 6<br>4.11<br>31.58<br>27.27 | 4<br>2.74<br>21.05<br>12.12  | 5<br>3.42<br>26.32<br>17.24  | 1<br>0.68<br>5.26<br>9.09   | 2<br>1.37<br>10.53<br>15.38 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 1<br>0.68<br>5.26<br>5.26    | 19<br>13.01   |
|  | <b>North America</b>                   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37<br>100.00<br>10.53 | 2<br>1.37     |
|  | <b>Southeastern Asia</b>               | 2<br>1.37<br>25.00<br>9.09  | 1<br>0.68<br>12.50<br>3.03   | 3<br>2.05<br>37.50<br>10.34  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 2<br>1.37<br>25.00<br>10.53   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 8<br>5.48     |
|  | <b>Southern Asia</b>                   | 3<br>2.05<br>42.86<br>13.64 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37<br>28.57<br>18.18 | 1<br>0.68<br>14.29<br>7.69  | 1<br>0.68<br>14.29<br>5.26    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 7<br>4.79     |
|  | <b>Sub-Saharan Africa</b>              | 2<br>1.37<br>6.06<br>9.09   | 1<br>0.68<br>3.03<br>3.03    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 5<br>3.42<br>15.15<br>45.45 | 9<br>6.16<br>27.27<br>69.23 | 16<br>10.96<br>48.48<br>84.21 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 33<br>22.60   |
|  | <b>Western Europe</b>                  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 4<br>2.74<br>19.05<br>12.12  | 4<br>2.74<br>19.05<br>13.79  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 13<br>8.90<br>61.90<br>68.42 | 21<br>14.38   |
|  | <b>Total</b>                           | 22<br>15.07                 | 33<br>22.60                  | 29<br>19.86                  | 11<br>7.53                  | 13<br>8.90                  | 19<br>13.01                   | 19<br>13.01                  | 146<br>100.00 |

Prema Tablicama 2.25, 2.26 i 2.27, za standardizirane podatke uočavamo sljedeće:

- Neovisno o broju  $k$ , Australija i Novi Zeland te Sjeverna Amerika uvijek se nalaze u istom klasteru, kao i kod originalnih podataka.
- Za  $k = 5$ , 86,21 % država srednje i istočne Europe smješteno je u jedan klaster; Kirgistan, Tadžikistan, Uzbekistan i Gruzija smješteni su u zasebne klaster. Prelaskom na  $k = 6$ , Tadžikistan je pripojen prethodnom velikom klasteru, dok Kirgistan i Uzbekistan imaju svoj klaster, kao i Gruzija. Za  $k = 7$  dolazi do spajanja Gruzije s Kirgistanom i Uzbekistanom te do raspodjele velikoga klastera na dva klastera.
- Za  $k = 5, 6$ , sve države istočne Azije nalaze se u jednom klasteru, dok se za  $k = 7$  Mongolija odvaja.
- Za  $k = 5, 6$ , 95,24 % država Južne Amerike i Kariba unutar je istoga klastera (Haiti se odvojio). Prelaskom na  $k = 7$ , Venezuela i Honduras se odvajaju u zaseban klaster.
- Porastom broja  $k$  raste i broj klastera u kojima se nalaze države Bliskog istoka i sjeverne Afrike. Za  $k = 5$ , 57,89 % država nalazi se u jednom klasteru i prelaskom na  $k = 6$  tom se klasteru pridružuju Kuvajt i Saudijska Arabija. No, za  $k = 7$  dolazi do raspodjele tih država.
- Države jugoistočne Azije jednako su raspoređene u tri klastera za sva tri slučaja. Isto primjećujemo i za države južne Azije.
- Za  $k = 5$ , većina država supsaharske Afrike raspoređena je u dva klastera, no prelaskom na  $k = 6$  dolazi do grupiranja u klaster u kojem se nalazi 81,82 % država supsaharske Afrike.
- Države zapadne Europe za  $k = 5, 6$  raspoređene su u dva klastera u omjeru 2 : 1, no za  $k = 7$  iz manjega klastera odlazi Grčka u zasebni klaster.



Tablica 2.25: Tablica frekvencija standardiziranih podataka za  $k = 5$  (SAS ispis)

**The FREQ Procedure**

| Table of Regija by CLUSTER             |                             |                               |                              |                              |                               |               |
|--|-----------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|---------------|
| Regija                                 | CLUSTER(Cluster)            |                               |                              |                              |                               | Total         |
|  | 1                           | 2                             | 3                            | 4                            | 5                             |               |
| <b>Australia and New Zealand</b>       | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37<br>100.00<br>8.00  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37     |
| <b>Central and Eastern Europe</b>      | 1<br>0.68<br>3.45<br>11.11  | 1<br>0.68<br>3.45<br>4.55     | 1<br>0.68<br>3.45<br>4.00    | 1<br>0.68<br>3.45<br>5.56    | 25<br>17.12<br>86.21<br>34.72 | 29<br>19.86   |
| <b>Eastern Asia</b>                    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 4<br>2.74<br>100.00<br>5.56   | 4<br>2.74     |
| <b>Latin America and Caribbean</b>     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 1<br>0.68<br>4.76<br>5.56    | 20<br>13.70<br>95.24<br>27.78 | 21<br>14.38   |
| <b>Middle East and Northern Africa</b> | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 5<br>3.42<br>26.32<br>20.00  | 3<br>2.05<br>15.79<br>16.67  | 11<br>7.53<br>57.89<br>15.28  | 19<br>13.01   |
| <b>North America</b>                   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37<br>100.00<br>8.00  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37     |
| <b>Southeastern Asia</b>               | 4<br>2.74<br>50.00<br>44.44 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 1<br>0.68<br>12.50<br>4.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 3<br>2.05<br>37.50<br>4.17    | 8<br>5.48     |
| <b>Southern Asia</b>                   | 3<br>2.05<br>42.86<br>33.33 | 2<br>1.37<br>28.57<br>9.09    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 2<br>1.37<br>28.57<br>11.11  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 7<br>4.79     |
| <b>Sub-Saharan Africa</b>              | 1<br>0.68<br>3.03<br>11.11  | 19<br>13.01<br>57.58<br>86.36 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 11<br>7.53<br>33.33<br>61.11 | 2<br>1.37<br>6.06<br>2.78     | 33<br>22.60   |
| <b>Western Europe</b>                  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 14<br>9.59<br>66.67<br>56.00 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 7<br>4.79<br>33.33<br>9.72    | 21<br>14.38   |
| <b>Total</b>                           | 9<br>6.16                   | 22<br>15.07                   | 25<br>17.12                  | 18<br>12.33                  | 72<br>49.32                   | 146<br>100.00 |

Frequency  
Percent  
Row Pct  
Col Pct

Tablica 2.26: Tablica frekvencija standardiziranih podataka za  $k = 6$  (SAS ispis)

**The FREQ Procedure**

| Table of Regija by CLUSTER      |                               |                             |                             |                               |                             |                              |               |
|---------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|------------------------------|---------------|
| Regija                          | CLUSTER(Cluster)              |                             |                             |                               |                             |                              | Total         |
|                                 | 1                             | 2                           | 3                           | 4                             | 5                           | 6                            |               |
| Australia and New Zealand       | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 2<br>1.37<br>100.00<br>9.09  | 2<br>1.37     |
| Central and Eastern Europe      | 26<br>17.81<br>89.66<br>33.77 | 1<br>0.68<br>3.45<br>16.67  | 2<br>1.37<br>6.90<br>20.00  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 29<br>19.86   |
| Eastern Asia                    | 4<br>2.74<br>100.00<br>5.19   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 4<br>2.74     |
| Latin America and Caribbean     | 20<br>13.70<br>95.24<br>25.97 | 1<br>0.68<br>4.76<br>16.67  | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 21<br>14.38   |
| Middle East and Northern Africa | 13<br>8.90<br>68.42<br>16.88  | 2<br>1.37<br>10.53<br>33.33 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 1<br>0.68<br>5.26<br>3.33     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 3<br>2.05<br>15.79<br>13.64  | 19<br>13.01   |
| North America                   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 2<br>1.37<br>100.00<br>9.09  | 2<br>1.37     |
| Southeastern Asia               | 3<br>2.05<br>37.50<br>3.90    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 4<br>2.74<br>50.00<br>40.00 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 1<br>0.68<br>12.50<br>4.55   | 8<br>5.48     |
| Southern Asia                   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 2<br>1.37<br>28.57<br>33.33 | 3<br>2.05<br>42.86<br>30.00 | 2<br>1.37<br>28.57<br>6.67    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 7<br>4.79     |
| Sub-Saharan Africa              | 4<br>2.74<br>12.12<br>5.19    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 1<br>0.68<br>3.03<br>10.00  | 27<br>18.49<br>81.82<br>90.00 | 1<br>0.68<br>3.03<br>100.00 | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00    | 33<br>22.60   |
| Western Europe                  | 7<br>4.79<br>33.33<br>9.09    | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00     | 0<br>0.00<br>0.00<br>0.00   | 14<br>9.59<br>66.67<br>63.64 | 21<br>14.38   |
| Total                           | 77<br>52.74                   | 6<br>4.11                   | 10<br>6.85                  | 30<br>20.55                   | 1<br>0.68                   | 22<br>15.07                  | 146<br>100.00 |

Frequency  
Percent  
Row Pct  
Col Pct

Tablica 2.27: Tablica frekvencija standardiziranih podataka za  $k = 7$  (SAS ispis)

**The FREQ Procedure**

| Frequency<br>Percent<br>Row Pct<br>Col Pct | Table of Regija by CLUSTER             |                  |       |       |       |       |        |        |        |
|--|--|------------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
|  | Regija                                 | CLUSTER(Cluster) |       |       |       |       |        |        | Total  |
|  |  | 1                | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      |        |
|  | <b>Australia and New Zealand</b>       | 0                | 0     | 0     | 0     | 0     | 0      | 2      | 2      |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 1.37   | 1.37   |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 100.00 |        |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 9.52   |        |
|  | <b>Central and Eastern Europe</b>      | 0                | 15    | 11    | 0     | 3     | 0      | 0      | 29     |
|  |  | 0.00             | 10.27 | 7.53  | 0.00  | 2.05  | 0.00   | 0.00   | 19.86  |
|  |  | 0.00             | 51.72 | 37.93 | 0.00  | 10.34 | 0.00   | 0.00   |        |
|  |  | 0.00             | 51.72 | 22.92 | 0.00  | 27.27 | 0.00   | 0.00   |        |
|  | <b>Eastern Asia</b>                    | 0                | 1     | 3     | 0     | 0     | 0      | 0      | 4      |
|  |  | 0.00             | 0.68  | 2.05  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 0.00   | 2.74   |
|  |  | 0.00             | 25.00 | 75.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 0.00   |        |
|  |  | 0.00             | 3.45  | 6.25  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 0.00   |        |
|  | <b>Latin America and Caribbean</b>     | 1                | 2     | 18    | 0     | 0     | 0      | 0      | 21     |
|  |  | 0.68             | 1.37  | 12.33 | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 0.00   | 14.38  |
|  |  | 4.76             | 9.52  | 85.71 | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 0.00   |        |
|  |  | 11.11            | 6.90  | 37.50 | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 0.00   |        |
|  | <b>Middle East and Northern Africa</b> | 1                | 9     | 6     | 1     | 0     | 0      | 2      | 19     |
|  |  | 0.68             | 6.16  | 4.11  | 0.68  | 0.00  | 0.00   | 1.37   | 13.01  |
|  |  | 5.26             | 47.37 | 31.58 | 5.26  | 0.00  | 0.00   | 10.53  |        |
|  |  | 11.11            | 31.03 | 12.50 | 3.70  | 0.00  | 0.00   | 9.52   |        |
|  | <b>North America</b>                   | 0                | 0     | 0     | 0     | 0     | 0      | 2      | 2      |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 1.37   | 1.37   |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 100.00 |        |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 9.52   |        |
|  | <b>Southeastern Asia</b>               | 0                | 0     | 3     | 0     | 4     | 0      | 1      | 8      |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 2.05  | 0.00  | 2.74  | 0.00   | 0.68   | 5.48   |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 37.50 | 0.00  | 50.00 | 0.00   | 12.50  |        |
|  |  | 0.00             | 0.00  | 6.25  | 0.00  | 36.36 | 0.00   | 4.76   |        |
|  | <b>Southern Asia</b>                   | 2                | 0     | 0     | 2     | 3     | 0      | 0      | 7      |
|  |  | 1.37             | 0.00  | 0.00  | 1.37  | 2.05  | 0.00   | 0.00   | 4.79   |
|  |  | 28.57            | 0.00  | 0.00  | 28.57 | 42.86 | 0.00   | 0.00   |        |
|  |  | 22.22            | 0.00  | 0.00  | 7.41  | 27.27 | 0.00   | 0.00   |        |
|  | <b>Sub-Saharan Africa</b>              | 5                | 1     | 1     | 24    | 1     | 1      | 0      | 33     |
|  |  | 3.42             | 0.68  | 0.68  | 16.44 | 0.68  | 0.68   | 0.00   | 22.60  |
|  |  | 15.15            | 3.03  | 3.03  | 72.73 | 3.03  | 3.03   | 0.00   |        |
|  |  | 55.56            | 3.45  | 2.08  | 88.89 | 9.09  | 100.00 | 0.00   |        |
|  | <b>Western Europe</b>                  | 0                | 1     | 6     | 0     | 0     | 0      | 14     | 21     |
|  |  | 0.00             | 0.68  | 4.11  | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 9.59   | 14.38  |
|  |  | 0.00             | 4.76  | 28.57 | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 66.67  |        |
|  |  | 0.00             | 3.45  | 12.50 | 0.00  | 0.00  | 0.00   | 66.67  |        |
|  | <b>Total</b>                           | 9                | 29    | 48    | 27    | 11    | 1      | 21     | 146    |
|  |  | 6.16             | 19.86 | 32.88 | 18.49 | 7.53  | 0.68   | 14.38  | 100.00 |

## 2.5 Zaključak

Radi primjene klusterske analize korištena je baza podataka koja sadržava informacije o 146 država; sve države ulaze u daljnju analizu. Svaka država pripada određenoj regiji; razlikujemo deset regija. Provedeno je hijerarhijsko i nehijerarhijsko klasteriranje da bi se odredilo kako je Hrvatska u odnosu prema varijablama *Mjera sreće*, *Ekonomija*, *Obitelj*, *Zdravlje*, *Sloboda*, *Darežljivost* i *Povjerenje* grupirana s obzirom na ostale države Balkana.

Hijerarhijsko (aglomerativno) klasteriranje provedeno je nad originalnim i standardiziranim podacima. Korištena je Wardova metoda i metoda maksimuma. Hrvatska se u svim slučajevima pojavljivala sa Srbijom, Crnom Gorom, Kosovom, Makedonijom te Bosnom i Hercegovinom; Albanija, Bugarska, Slovenija i Rumunjska udaljenije su od njih. Zatim je primijenjen algoritam k-sredina nad originalnim i standardiziranim podacima, uz ograničenje od 5, 6 i 7 klastera.

Tablica 2.28: Rezultati algoritma k-sredina za države Balkana

|            | <b>originalni podatci</b>  | <b>standardizirani podatci</b>   |
|------------|--|--|
| <b>k=5</b> | Slovenija i Rumunjska  | Albanija, Bugarska, BiH, Crna Gora, Hrvatska, Kosovo, Makedonija, Rumunjska, Slovenija, Srbija |
|            | Albanija, Bugarska, BiH, Crna Gora, Hrvatska, Kosovo, Makedonija, Srbija |  |
| <b>k=6</b> | Slovenija i Rumunjska  | Albanija, Bugarska, BiH, Crna Gora, Hrvatska, Kosovo, Makedonija, Rumunjska, Slovenija, Srbija |
|            | Albanija, Bugarska   |  |
|            | BiH, Crna Gora, Hrvatska, Kosovo, Makedonija, Srbija                     |  |
| <b>k=7</b> | Albanija, Bugarska, BiH, Kosovo, Makedonija                              | Slovenija i Rumunjska  |
|            | Crna Gora, Hrvatska, Rumunjska, Slovenija, Srbija                        | Albanija, Bugarska, BiH, Crna Gora, Hrvatska, Kosovo, Makedonija, Srbija                       |

Prema Tablici 2.28 zaključujemo da za originalne podatke algoritam k-sredina pronalazi razlike između država Balkana te ih stoga raspoređuje u različite klastere. Naime, za  $k = 5, 6$  Slovenija i Rumunjska se odvajaju od ostalih država Balkana. Pogledamo li podatke u Tablici 2.1 za države Balkana, vidimo da je Slovenija iznadprosječna s obzirom na ostale zemlje Balkana, ali Rumunjska je najsretnija i iznadprosječna s obzirom na ekonomsku situaciju i slobodu donošenja životnih odluka. Pogledamo li klastere 3 i 5 u Tablici 2.16 te klastere 3 i 1 u Tablici 2.18, možemo zaključiti da su Slovenija i Rumunjska odvojene zbog iznadprosječnih vrijednosti varijabla *Mjera sreće* i *Ekonomija* s obzirom na ostatak Balkana; upravo te varijable rade najveću razliku između klastera. Suprotni rezultat dobiven je za standardizirane podatke; tek za  $k = 7$  algoritam pronalazi razlike između država, gdje se ponovno odvajaju Slovenija i Rumunjska. Pogledamo li klastere 2 i 3 na Slici 2.9, uz varijable *Mjera sreće* i *Ekonomija*, razliku radi i varijabla *Sloboda* po kojoj se Slovenija i Rumunjska ističu u odnosu prema ostatku Balkana.

Primjenom algoritma k-sredina nad standardiziranim podacima regije su raspoređene po klasterima, uz nekoliko iznimki. Pogledamo li dobivene klastere, primjećujemo da većinski dio država neke regije uvijek pripada određenom klasteru. Primjerice, to vrijedi za države Bliskog istoka i sjeverne Afrike kada je  $k = 5, 6$ , no za  $k = 7$  ne možemo reći da države većinski pripadaju nekom klasteru. Iznimku čine države jugoistočne i južne Azije. Naime, ni u jednom se klasteru ne nalazi više od 50 % država južne Azije.

Raspoređenost regija po klasterima za originalne podatke manja je u odnosu prema standardiziranim podacima. Naime, države istočne Azije, jugoistočne Azije, srednje i istočne Europe te Bliskog istoka i sjeverne Afrike rasprostranjene su po gotovo svim klasterima. Države supsaharske Afrike samo za  $k = 5$  većinski pripadaju određenom klasteru, kao i države južne Azije za  $k = 6$ . Stoga, ako gledamo raspoređenost regija po klasterima, dobit ćemo bolje rezultate za standardizirane podatke.

Pogledamo li Slike 2.5, 2.7 i 2.9, možemo zaključiti da varijabla *Mjera sreće* ne utječe na klasteriranje kao ostale varijable; razliku između klastera uglavnom rade varijable *Obitelj*, *Zdravlje*, *Sloboda*, *Darežljivost* i *Povjerenje*. Također možemo zaključiti da ekonomska situacija nije presudni faktor za sreću. Hrvatska je unatoč relativno dobroj ekonomskoj situaciji ispodprosječno sretna; do izražaja dolazi manjak potpore i suosjećajnosti unutar obitelji i društva. Uz to, pripada korumpiranijim državama svijeta, što ostavlja utjecaj i na velikodušnost građana; nisu skloni čestim donacijama zbog raširenosti korupcije u raznim područjima.

# Bibliografija

- [1] SAS/STAT<sup>®</sup> 13.2 User's Guide The FASTCLUS Procedure, <https://support.sas.com/documentation/onlinedoc/stat/132/fastclus.pdf>, (pristupljeno: studeni 2020.).
- [2] SAS/STAT<sup>®</sup> 9.2 User's Guide The CLUSTER Procedure, <https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statugcluster/61777/PDF/default/statugcluster.pdf>, (pristupljeno: studeni 2020.).
- [3] S. Aghabozorgi, A. S. Shirkhorshidi i T. Y. Wah, *A Comparison Study on Similarity and Dissimilarity Measures in Clustering Continuous Data*, Public Library of Science since (2015.), 645–678.
- [4] S. Bhirudd, M. Chandanec, P. Nerurkara i A. Shirkeb, *Empirical Analysis of Data Clustering Algorithms*, Procedia Computer Science (2018.), 1–10.
- [5] S. Bittanti, D. L. Boley, G. Gazzaniga i S. M. Savaresi, *Choosing the cluster to split in bisecting divisive clustering algorithms*, <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.25.3507&rep=rep1&type=pdf>, (pristupljeno: listopad 2020.).
- [6] S. S. Dimov, C. D. Nguyen i D. T. Pham, *Selection of K in K-means clustering*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science (2005.), 103–119.
- [7] B. S. Everitt, S. Landau, M. Leese i D. Stahl, *Cluster Analysis*, WILEY, 2011.
- [8] J. Friedman, T. Hastie i R. Tibshirani, *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction*, Springer, 2008.
- [9] J. Han, M. Kamber i J. Pei, *Data Mining: Concepts and Techniques*, Morgan Kaufmann Publishers, 2012.
- [10] P. Hansen i B. Jaumard, *Cluster Analysis and Mathematical Programming*, Mathematical Programming **79** (1997), 191–215.

- [11] J. F. Helliwell, H. Huang i S. Wang, *Statistical Appendix for “The social foundations of world happiness”*, <https://s3.amazonaws.com/happiness-report/2017/StatisticalAppendixWHR2017.pdf>, (pristupljeno: studeni 2020.).
- [12] J. F. Helliwell, R. Layard i J. Sachs, *World happiness report 2017*, <https://worldhappiness.report/ed/2017/>, (pristupljeno: studeni 2020.).
- [13] R. Xu i D. Wunsch II, *Survey of Clustering Algorithms*, *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* **16** (2005.), 645–678.

# Sažetak

U ovom radu opisana je klasterska analiza i njezina primjena na bazu podataka koja sadrži informacije o 146 država. Klasterska analiza je metoda grupiranja objekata u klastere. Svaki je klaster grupa objekata najveće sličnosti. Ovisno o vrsti objekata i cilju istraživanja, odabiremo odgovarajuću mjeru sličnosti ili različitosti (udaljenosti). Nakon toga odabiremo algoritam klasteriranja; razlikujemo hijerarhijske i nehijerarhijske algoritme.

Korištena baza dobivena je iz Svjetskog izvještaja o sreći (*World Happiness Report*) za 2017. godinu. Svakoj državi pridružene su vrijednosti varijabla *Mjera sreće*, *Ekonomija*, *Obitelj*, *Zdravlje*, *Sloboda*, *Darežljivost* i *Povjerenje*. S obzirom na to da su sve varijable numeričke, kao mjera udaljenosti odabrana je euklidska udaljenost. Najprije je provedeno hijerarhijsko (aglomerativno) klasteriranje pomoću Wardove metode i metode maksimuma. Zatim je provedeno nehijerarhijsko klasteriranje, tj. algoritam  $k$ -sredina za  $k = 5, 6, 7$ . Za obradu i analizu podataka korišten je programski sustav SAS.



# Summary

This paper describes cluster analysis and its application to a database containing information on 146 countries. Cluster analysis is a method of grouping objects into clusters. Each cluster is a group of objects with the greatest similarity. Depending on the type of objects and the goal of the research, we choose the appropriate measure of similarity or difference (distance). After that, it is necessary to select the clustering algorithm; there are two types, hierarchical and non-hierarchical algorithms.

Used database was obtained from the 2017 World Happiness Report. Value of variables *Measure of Happiness, Economy, Family, Health, Freedom, Generosity* and *Trust*, are assigned to each country. Since all variables are numerical, Euclidean distance was chosen as a measure of distance. Firstly, hierarchical (agglomerative) clustering was conducted using the Ward method and the maximum method. Next, non-hierarchical clustering was made with k-means algorithm for  $k = 5, 6, 7$ . The SAS software system was used for data processing and analysis.

# Životopis

Rođena sam 19. svibnja 1994. godine u Zagrebu. Osnovnu školu Medvedgrad u Zagrebu upisala sam 2001. godine. Svoje srednjoškolsko obrazovanje započela sam 2009. godine u II. gimnaziji u Zagrebu. Tijekom osnovne i srednje škole bila sam aktivna sportašica. Nakon završene srednje škole, 2013. godine upisujem preddiplomski sveučilišni studij Matematika na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu na kojem 2018. godine stječem titulu *univ. bacc. math.* Iste godine upisujem diplomski studij Matematičke statistike, također na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu. Početkom akademske 2017./2018. godine postajem članica Studentskog zbora Prirodoslovno-matematičkog fakulteta; godine 2017./2018. izabrana sam za zamjenicu predsjednika Studentskog zbora, a akademske 2018./2019. godine izabrana sam za predsjednicu Studentskog zbora. Sudjelovala sam i u organizaciji projekta STEM Games 2018, međunarodnog studentskog natjecanja u sportu i znanju. Tijekom svojeg studiranja obavljala sam različite studentske poslove. Trenutačno radim kao *Data Scientist* u IT tvrtki Qualia.